УДК 517.983 https://doi.org/10.33619/2414-2948/89/02

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕКЛАССИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА

*©**Асанов А.,** ORCID: 0000-0002-0608-0860, д-р физ.-мат. наук, Киргизско-Турецкий университет «Манас», г. Бишкек, Кыргызстан, avyt.asanov@manas.edu.rg*
*©**Чоюбеков С. М.,** ORCID: 0009-0004-1937-5408, Ошский государственный университет, г. Ош, Кыргызстан, choybekov.25.04.70@gmail.com*

CHOICE OF PARAMETERS FOR SOLVING LINEAR NONCLASSICAL EQUATIONS OF THE FIRST KIND

*©**Asanov A.,** ORCID: 0000-0002-0608-0860, Dr. habil., Kyrgyz-Turkish Manas University, Bishkek, Kyrgyzstan, avyt.asanov@manas.edu.rg*
*©**Choybekov S.,** ORCID: 0009-0004-1937-5408, Osh State University, Osh, Kyrgyzstan, choybekov.25.04.70@gmail.com*

Аннотация. В рассматриваемой работе выбран параметр регуляризации для решения линейного интегрального уравнения Вольтерра первого рода. Во многих работах были исследованы различные вопросы для интегральных уравнений. Даже когда уравнение первого типа Вольтерры является интегральным уравнением с точным выходом, неклассические уравнения, интегрируемые по предел, являются линейными, и нелинейные интегральные уравнения являются линейными, и это обусловлено необходимостью разработки новых методов для единственности их решений. Но в данной работе получены основополагающие результаты для интегральных уравнений Фредгольма первого рода, где для решения линейных интегральных уравнений Фредгольма построены регуляризирующие операторы по М. М. Лаврентьеву. На основе понятия введенной производной функции по возрастающей функции исследовались линейные интегральные уравнения Вольтерра первого рода. Целью исследования является построение регуляризирующего оператора и выбор параметра регуляризации. При исследовании применяются понятие производной по возрастающей функции, метод регуляризации по М. М. Лаврентьеву, методы функционального анализа, методы преобразования уравнений, методы интегральных и дифференциальных уравнений. Параметр для регуляризации выбран. Регуляризирующий оператор по М. М. Лаврентьеву построен и доказана теорема единственности. Предложенные методы можно использовать для исследования интегральных, интегро-дифференциальных уравнений типа интегрального уравнения Вольтерра первого рода, а также при качественном исследовании некоторых прикладных процессов в области физики, экологии, медицины, геофизике, теории управление сложными системами. В связи с применением интегральных уравнений развиваются новые области, например, в экономических науках, в некоторых разделах биологии и т. д. Могут быть использованы при дальнейшем развитии теории интегральных уравнений Вольтерра первого рода. А также при решении конкретных прикладных задач, приводящих к уравнениям первого рода.

Abstract. In this paper, we have chosen a regularization parameter for solving the linear Volterra integral equation of the first kind. Various questions for integral equations have been investigated in many papers. Even when the Volterra equation of the first type is an integral equation with an exact output, non-classical equations integrable by the limit are linear, and nonlinear integral equations are linear, and this is due to the need to develop new methods for the uniqueness of their solutions. But in this paper, we have obtained fundamental results for Fredholm integral equations of the first kind, where regularizing operators are constructed according to M. M. Lavrentiev for solving linear integral Fredholm equations. On the basis of the concept of the introduced derivative of a function with respect to an increasing function, linear Volterra integral equations of the first kind were studied. The aim of the study is to construct a regularizing operator and choose a regularization parameter. In the study, we have applied the concept of a derivative with respect to an increasing function, the regularization method according to M. M. Lavrentiev, methods of functional analysis, methods of transformation of equations, methods of integral and differential equations. The parameter for regularization is selected. Regularizing operator according to M. M. Lavrentiev is constructed and a uniqueness theorem is proved. The proposed methods can be used for the study of integral, integral-differential equations such as the Volterra integral equation of the first kind, as well as for the qualitative study of some applied processes in physics, ecology, medicine, geophysics, and the theory of control of complex systems. In connection with the application of integral equations, new areas are developing, for example, in the economic sciences, in some sections of biology, etc. They can be used in the further development of the theory of Volterra integral equations of the first kind. And also, when solving specific applied problems that lead to equations of the first kind.

Ключевые слова: непрерывные условия, переменные.

Keywords: continuous, conditions, variables.

Введение

Теоретическая часть интегральных уравнений изучалась и исследовалась во многих различных работах. В частности, в работе [1] рассмотрен обзор результатов исследований интегральных уравнений Вольтерра второго рода. В работе [2] изучаются интегральные уравнения Вольтерра первого и третьего родов с гладкими ядрами, где приводится доказательство существования многопараметрического семейства решений. В работе [3] исследованы линейные интегральные уравнения Фредгольма первого рода, для которых построены регуляризирующие операторы по Лаврентьеву. В работе [4] приводится теория и используются численные методы решения неклассических интегральных уравнений Вольтерра первого рода с дифференцируемыми и отличными от нуля ядрами на диагонали. В работах [4–7] приведены применения неклассических интегральных уравнений Вольтерра первого рода в разных прикладных задачах. В работе [8] используется метод регуляризации М. М. Лаврентьева для интегральных уравнений Вольтерра первого рода с гладкими и отличными от нуля ядрами на диагонали дифференцируемыми решениями, для которых построено приближенное решение. В работах [9, 10] получены достаточные условия единственности решений и исследованы вопросы регуляризации решений систем линейных и нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого и третьего родов. В работе [11] доказывается теорема единственности решений и находится регуляризирующий оператор для решения системы линейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода. В работах [12, 13] использован новый подход для исследования вопросов существования и единственности решений скалярных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода с многоточечными особенностями и их систем. В работе [14] приведены результаты по интегральным уравнениям Вольтерра первого рода. В работах [15–17] построен регуляризирующий оператор для решения неклассического интегрального уравнения с условиями Липшица и доказаны теоремы единственности.

В данной работе выбран параметр регуляризации для решения неклассического линейного интегрального уравнения Вольтерра первого рода.

Постановка задачи:

Рассмотрим интегральное *уравнение*

$$\int_{\alpha(t)}^{t} K(t,s)u(s)ds = f(t); \quad t\in[t_0,T] \tag{1}$$

где $\alpha(t)\in C[t_0,T]$, $\alpha(t_0)=t_0$, $\alpha(t)\le t$ при всех $t\in[t_0,T]$, $K(t,s)$ и $f(t)$ известные функции в области $G=\{(t,s):\ t_0\le t\le T,\ \ \alpha(t)\le s\le t\}$ и на отрезке $[t_0,T]$ соответственно, $f(t_0)=0$. $u(t)-$ искомая функция на отрезке $[t_0,T]$.

Решение:

Наряду с уравнением (1) рассмотрим

$$\varepsilon v(t,\varepsilon)+\int_{\alpha(t)}^{t} K(t,s)v(s,\varepsilon)ds = f(t)+\varepsilon u(t_0); \quad t\in[t_0,T]. \tag{2}$$

$0<\varepsilon<1$ *некоторый малый параметр.*

Здесь мы используем работу, в [15] и потребуем выполнение следующих условий:

а) $\alpha(t)\in C^1[t_0,T],\ \alpha'(t)>0$ при почти всех $t\in[t_0,T]$;

б) $K(t,s)\in C(G);\ K(t,t)\in C[t_0,T],\ K(t,t)\ge m>0$ при всех $t\in[t_0,T]$; $m\in R$;

с) При $t>\tau$ для любых $(t,s),(\tau,s)\in G$ справедлива оценка $|K(t,s)-K(\tau,s)|\le L|t-\tau|,$ где $L-$ известное неотрицательное число.

Здесь $C[t_0,T]-$ пространство всех непрерывных функций $v(t),$ определенных на $[t_0,T]$ с нормой $\|v(t)\|_C=\max\limits_{t\in[t_0,T]}\|v(t)\|$

Будем обозначать $C^{\gamma}[t_0,T],\quad 0<\gamma\le 1-$ пространство Гельдера, т.е. линейное пространство всех функций $v(t)$ определенных на $[t_0,T]$ и удовлетворяющих условию $|v(t)-v(s)|\le C_\gamma|t-s|^\gamma$

где C_γ положительная постоянная, зависящая от $v(t)$ но не от t и s.

Далее нам понадобится следующая лемма доказанная в [15–17].

Лемма: пусть выполняются условия а), б) и с). Тогда справедливы следующие оценки:

1) $$\int_{t_0}^{\alpha(t)}|H_0(t,\tau,\varepsilon)|d\tau\le\gamma_0,\quad t\in[t_0,T]; \tag{3}$$

где $\gamma_0=\sup\limits_{\upsilon\in[t_0,T]}\dfrac{|K(\upsilon,\alpha(\upsilon)|\alpha'(\upsilon)}{K(\upsilon,\upsilon)};\ H_0(t,\tau,\varepsilon)=\dfrac{1}{\varepsilon}K(\alpha^{-1}(\tau),\tau)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{\alpha^{-1}(\tau)}^{t}K(s,s)ds}$;

2) $$|H_1(t,\tau,\varepsilon)|\le\frac{L}{m}(2e^{-1}+1),\quad (t,\tau)\in G; \tag{4}$$

где $G_1=\{(t,\tau):\quad t_0\le t\le T,\quad t_0\le\tau\le\alpha(t)\}$,

$$H_1(t,\tau,\varepsilon)=-e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(\tau,\tau)d\tau}\frac{1}{\varepsilon}[K(t,\tau)-K(\tau,\tau)]+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{\alpha^{-1}(\tau)}\frac{1}{\varepsilon}K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau}\times \tag{5}$$

$$\times[K(s,\tau)-K(t,\tau)]ds+\frac{1}{\varepsilon}[K(t,\tau)-K(\alpha^{-1}(\tau),\tau)]e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_{\alpha^{-1}(\tau)}^t K(\tau,\tau)d\tau};$$

3) $|H_2(t,\tau,\varepsilon)|\le\frac{L}{m}$, $(t,\tau)\in G=\{(t,\tau):\quad t_0\le t\le T,\quad \alpha(t)\le\tau\le t\}$, (6)

где

$$H_2(t,\tau,\varepsilon)=-\frac{1}{\varepsilon}e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_\tau^t K(s,s)ds}[K(t,\tau)-K(\tau,\tau)]-\int_\tau^t K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau}\frac{1}{\varepsilon}[K(t,\tau)-K(s,\tau)]ds. \tag{7}$$

Теорема 1. Пусть выполняются условия а), б), с) и $\gamma_0 b_0<1$ где $\gamma_0=\sup\limits_{\upsilon\in[t_0,T]}\frac{|K(\upsilon,\alpha(\upsilon)|\alpha'(\upsilon)}{K(\upsilon,\upsilon)}$, $b_0=\exp[\frac{L}{m}(2e+1)(T-t_0)]$. Кроме того, уравнение (1) имеет решение $u(t)\in C^\gamma[t_0,T]$, $(0<\gamma\le1)$. Тогда решение $\nu(t,\varepsilon)$ уравнения (2) при $\varepsilon\to0$ сходится по норме $C[t_0,T]$ к решению $u(t)$. При этом справедлива оценка

$$\|\nu(t,\varepsilon)-u(t)\|_C\le\frac{b_0}{1-\gamma_0 b_0}C_0C_\gamma\varepsilon^\gamma \tag{8}$$

где $C_\gamma=\sup\limits_{t,s\in[t_0,T]}\frac{|u(t)-u(s)|}{|t-s|^\gamma}$; $C_0=\gamma\int_0^\infty e^{-m\tau}\tau^{\gamma-1}d\tau$.

Доказательство: далее предположим, что дана функция $f_\delta(t)\in C[t_0,T]$ и число u_0, такое что

$$\|f(t)-f_\delta(t)\|_C\le\delta,\quad |u(t_0)-u_0|\le\alpha\delta, \tag{9}$$

где α, u_0 известные постоянные числа $0<\delta<1$ малый параметр.

Рассмотрим уравнение

$$\varepsilon v_\delta(t,\varepsilon)+\int_{\alpha(t)}^t K(t,s)v_\delta(s,\varepsilon)ds=f_\delta(t)+\varepsilon u_0;\quad t\in[t_0,T]. \tag{10}$$

Из (2) отнимая (10) и вводя обозначения

$$u_\delta(t,\varepsilon)=v(t,\varepsilon)-v_\delta(t,\varepsilon);\quad t\in[t_0,T], \tag{11}$$

Имеем

$$\varepsilon u_\delta(t,\varepsilon)+\int_{\alpha(t)}^t K(t,s)u_\delta(s,\varepsilon)ds=f(t)-f_\delta(t)+\varepsilon(u(t_0)-u_0);\quad t\in[t_0,T]. \tag{12}$$

Уравнение (12) запишем в виде [15, 16]:

$$u_\delta(t,\varepsilon)+\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}K(s,s)u_\delta(s,\varepsilon)ds-\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{\alpha(t)}K(s,s)u_\delta(s,\varepsilon)ds+ \quad (13)$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}\int_{\alpha(t)}^{t}[K(t,s)-K(s,s)]u_\delta(s,\varepsilon)ds=\frac{1}{\varepsilon}[f(t)-f_\delta(t)]+(u(t_0)-u_0)\text{;}\ t\in[t_0,T]$$

Используя резольвенту ядра $-\frac{1}{\varepsilon}K(s,s)$ и обобщенную формулу Дирихле уравнения (13), сводим к следующему эквивалентному уравнению [15, 16].

$$u_\delta(t,\varepsilon)=\int_{t_0}^{\alpha(t)}H_0(t,\tau,\varepsilon)u_\delta(\tau,\varepsilon)d\tau+\int_{t_0}^{\alpha(t)}H_1(t,\tau,\varepsilon)u_\delta(\tau,\varepsilon)d\tau+ \quad (14)$$

$$+\int_{\alpha(t)}^{t}H_2(t,\tau,\varepsilon)u_\delta(\tau,\varepsilon)d\tau+F_\delta(t,\varepsilon)\text{,}\ t\in[t_0,T]$$

где $H_0(t,\tau,\varepsilon)$, $H_1(t,\tau,\varepsilon)$ и $H_2(t,\tau,\varepsilon)$ определены соответственно по формуле (3), (5) и (7).

$$F_\delta(t,\varepsilon)=\frac{1}{\varepsilon}[f(t)-f_\delta(t)]+(u(t_0)-u_0)-\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}K(s,s)e^{-\frac{1}{\varepsilon}\int_s^t K(\tau,\tau)d\tau}\left[\frac{1}{\varepsilon}[f(s)-f_\delta(s)]+(u(t_0)-u_0)\right]ds \quad (15)$$

В силу (9) из (15) имеем

$$\|F_\delta(t,\varepsilon)\|_C\le 2\left(\frac{\delta}{\varepsilon}+\alpha\delta\right) \quad (16)$$

Далее в силу леммы, т. е. учитывая оценки (3), (4), (6) и (16), из (14) получаем

$$|u_\delta(t,\varepsilon)|\le\gamma_0\|u_\delta(t,\varepsilon)\|_C+\int_{t_0}^{\alpha(t)}\frac{L}{m}(2e^{-1}+1)|u_\delta(t,\varepsilon)|d\tau+\int_{\alpha(t)}^{t}\frac{L}{m}|u_\delta(t,\varepsilon)|d\tau+2(\frac{\delta}{\varepsilon}+\alpha\delta)\ \ t\in[t_0,T].$$

Отсюда имеем

$$|u_\delta(t,\varepsilon)|\le\int_{t_0}^{t}\frac{L}{m}(2e^{-1}+1)|u_\delta(t,\varepsilon)|d\tau+\gamma_0\|u_\delta(t,\varepsilon)\|_C+2(\frac{\delta}{\varepsilon}+\alpha\delta)\text{,}\ t\in[t_0,T]. \quad (17)$$

Применяя неравенства Гроноулла-Беллмана, из (17) получим

$$\|u_\delta(t,\varepsilon)\|_C\le\gamma_0 b_0\|u_\delta(t,\varepsilon)\|_C+2b_0(\frac{\delta}{\varepsilon}+\alpha\delta)\text{,}\ t\in[t_0,T].$$

где $b_0=\exp[\frac{L}{m}(2e+1)(T-t_0)]$

Отсюда получаем

$$\|u_\delta(t,\varepsilon)\|_C\le\frac{2b_0}{1-\gamma_0 b_0}(\frac{\delta}{\varepsilon}+\alpha\delta) \quad (18)$$

Теорема 1 доказана.

Известно, что
$\left\|v_\delta(t,\varepsilon)-v(t)\right\|_C \le \left\|v_\delta(t,\varepsilon)-v(t,\varepsilon)+v(t,\varepsilon)-v(t)\right\|_C \le \left\|u_\delta(t,\varepsilon)\right\|_C + \left\|v(t,\varepsilon)-v(t)\right\|_C$.

Отсюда, учитывая оценки (8) и (18) имеем

$$\left\|v_\delta(t,\varepsilon)-v(t)\right\|_C \le \frac{b_0}{1-\gamma_0 b_0}\left[C_0 C_\gamma \varepsilon^\gamma + 2\left(\frac{\delta}{\varepsilon}+\alpha\delta\right)\right], \qquad (19)$$

где числа C_0, C_γ, γ_0, b_0 определены в теореме 1.

Полагая $\varepsilon=\delta^{\frac{1}{\gamma+1}}$, из (19) получим

$$\left\|v_\delta(t,\delta^{\frac{1}{\gamma+1}})-v(t)\right\|_C \le \frac{b_0}{1-\gamma_0 b_0}\left[(C_0 C_\gamma+2)\delta^{\frac{\gamma}{\gamma+1}} + 2\alpha\delta\right], \qquad (20)$$

где $0<\gamma\le 1$.

Таким образом доказана следующая теорема 2:

Теорема 2: пусть выполняются условия а), в), с) и $\gamma_0 b_0 < 1$, интегральное уравнение (1) имеет решение $v(t)\in C^\gamma[t_0,T]$, $0<\gamma\le 1$, где числа γ_0, b_0 определены в теореме 1. Тогда решение $v_\delta(t,\varepsilon)$ интегрального уравнения (10) при $\varepsilon=\delta^{\frac{1}{\gamma+1}}$ сходится по норме $C[t_0,T]$ к $v(t)$. При этом справедлива оценка (20), где известные числа C_0, C_γ, γ_0, b_0 определены в теореме 1.

Заключение

Поставленная задача полностью разрешена, т. е. Параметр для регуляризации неклассическое интегральное уравнение Вольтерра первого рода выбран. Регуляризирующий оператор по М. М. Лаврентьеву построен и доказана теорема единственности решении.

Список литературы:

1. Цалюк З. Б. Интегральные уравнения Вольтерра // Итоги науки и техники. Серия «Математический анализ». 1977. Т. 15. №0. С. 131-198. https://doi.org/10.1007/BF01844490

2. Магницкий Н. А. Линейные интегральные уравнения Вольтерра I и III рода // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1979. Т. 19. №4. С. 970-988. https://doi.org/10.1016/0041-5553(79)90166-6

3. Лаврентьев М. М. Об интегральных уравнениях первого рода // ДАН СССР. 1959. Т. 127. №1. С. 31-33.

4. Апарцин А. С. Неклассические уравнения Вольтерра I рода: теория и численные методы. 1999.

5. Апарцин А. С., Караулова И. В., Маркова Е. В., Труфанов В. В. Применение интегральных уравнений Вольтерра для моделирования стратегий технического перевооружения электроэнергетики // Электричество. 2005. №10. С. 69-75.

6. Апарцин А. С., Сидлер И. В. Исследование тестовых уравнений Вольтерра I рода в интегральных моделях развивающихся систем // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2018. Т. 24. №2. С. 24-33. https://doi.org/10.21538/0134-4889-2018-24-2-24-33

7. Глушков В. М., Иванов В. В., Яненко В. М. Моделирование развивающихся систем. 1983.

8. Денисов А. М. О приближенном решении уравнения Вольтерра I рода // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1975. Т. 15. №4. С. 1053-1056. https://doi.org/10.1016/0041-5553(75)90185-8

9. Иманалиев М. И., Асанов А. О решениях систем нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода // Доклады Академии наук. Российская академия наук. 1989. Т. 309. №5. С. 1052-1055.

10. Асанов А., Камбарова А. Д. Регуляризация и единственность решений линейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода на оси // Известия КГТУ. 2005. №39. С. 184-189.

11. Иманалиев М. И., Асанов А., Асанов Р. А. О решениях систем линейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода с многоточечными особенностями // Доклады Академии наук. 2017. Т. 474. №4. С. 405-409. https://doi.org/10.7868/S086956521704-001X

12. Иманалиев М. И., Асанов А., Асанов Р. А. Об одном классе систем линейных и нелинейных интегральных уравнений Фредгольма третьего рода с многоточечными особенностями // Дифференциальные уравнения. 2018. Т. 54. №3. С. 387-387. https://doi.org/10.1134/S037406411803010X

13. Asanov A., Matanova K., Asanov R. A class of linear and nonlinear Fredholm integral equations of the third kind // Kuwait Journal of Science. 2017. V. 44. №1.

14. Lamm P. K. A survey of regularization methods for first-kind Volterra equations. Springer Vienna, 2000. P. 53-82. https://doi.org/10.1007/978-3-7091-6296-5_4

15. Чоюбеков С. М. Регуляризация решения неклассического интегрального уравнения со условиями Липшица // Молодой ученый. 2016. №8. С. 34-38.

16. Асанов А. А., Чоюбеков С. М. Решение неклассических интегральных уравнений Вольтерра I рода с вырожденным нелинейным ядром // Международный научно-исследовательский журнал. 2018. №4 (70). С. 134-138.

17. Асанов А., Чоюбеков С. М. Регуляризация решения нелинейных уравнений Вольтерра I рода с условиями Липщица // Точная наука. 2018. №23. С. 6-11.

References:

1. Tsalyuk, Z. B. (1979). Volterra integral equations. *Journal of Soviet Mathematics, 12*(6), 1715–758. (in Russian). https://doi.org/10.1007/BF01844490

2. Magnitskii, N. A. (1979). L Volterra linear integral equations of the first and third kinds. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 19*(4), 182–200. (in Russian). https://doi.org/10.1016/0041-5553(79)90166-6

3. Lavrent'ev, M. M. (1959). Ob integral'nykh uravneniyakh pervogo roda. *DAN SSSR, 127*(1), 31-33. (in Russian).

4. Apartsin, A. S. (1999). Neklassicheskie uravneniya Vol'terra I roda: teoriya i chislennye metody. (in Russian).

5. Apartsin, A. S., Karaulova, I. V., Markova, E. V., & Trufanov, V. V. (2005). Primenenie integral'nykh uravnenii Vol'terra dlya modelirovaniya strategii tekhnicheskogo perevooruzheniya elektroenergetiki. *Elektrichestvo,* (10), 69-75. (in Russian).

6. Apartsin, A. S., & Sidler, I. V. (2018). Issledovanie testovykh uravnenii Vol'terra I roda v integral'nykh modelyakh razvivayushchikhsya sistem. *Trudy Instituta matematiki i mekhaniki UrO RAN, 24*(2), 24-33. (in Russian). https://doi.org/10.21538/0134-4889-2018-24-2-24-33

7. Glushkov, V. M., Ivanov, V. V., & Yanenko, V. M. (1983). Modelirovanie razvivayushchikhsya sistem. (in Russian).

8. Denisov, A. M. (1975). The approximate solution of a Volterra equation of the first kind. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 15*(4), 237–239. (in Russian). https://doi.org/10.1016/0041-5553(75)90185-8

9. Imanaliev, M. I., & Asanov, A. (1989). O resheniyakh sistem nelineinykh integral'nykh uravnenii Vol'terra pervogo roda. In *Doklady Akademii nauk* (Vol. 309, No. 5, pp. 1052-1055). *Rossiiskaya akademiya nauk.* (in Russian).

10. Asanov, A., & Kambarova, A. D. (2005). Regulyarizatsiya i edinstvennost' reshenii lineinykh integral'nykh uravnenii Vol'terra pervogo roda na osi. *Izvestiya KGTU,* (39), 184-189. (in Russian).

11. Imanaliev, M. I., Asanov, A., & Asanov, R. A. (2017). O resheniyakh sistem lineinykh integral'nykh uravnenii Fredgol'ma tret'ego roda s mnogotochechnymi osobennostyami. In *Doklady Akademii nauk, 474*(4), 405-409. (in Russian). https://doi.org/10.7868/S086956521704-001X

12. Imanaliev, M. I., Asanov, A., & Asanov, R. A. (2018). Ob odnom klasse sistem lineinykh i nelineinykh integral'nykh uravnenii Fredgol'ma tret'ego roda s mnogotochechnymi osobennostyami. *Differentsial'nye uravneniya, 54*(3), 387-387. (in Russian). https://doi.org/10.1134/S037406411803010X

13. Asanov, A., Matanova, K., & Asanov, R. (2017). A class of linear and nonlinear Fredholm integral equations of the third kind. *Kuwait Journal of Science, 44*(1). (in Russian).

14. Lamm, P. K. (2000). A survey of regularization methods for first-kind Volterra equations (pp. 53-82). *Springer Vienna*. https://doi.org/10.1007/978-3-7091-6296-5_4

15. Choyubekov, S. M. (2016). Regulyarizatsiya resheniya neklassicheskogo integral'nogo uravneniya so usloviyami Lipshitsa. *Molodoi uchenyi,* (8), 34-38. (in Russian).

16. Asanov, A. A., & Choyubekov, S. M. (2018). Reshenie neklassicheskikh integral'nykh uravnenii Vol'terra I roda s vyrozhdennym nelineinym yadrom. *Mezhdunarodnyi nauchno-issledovatel'skii zhurnal,* (4 (70)), 134-138. (in Russian).

17. Asanov, A., & Choyubekov, S. M. (2018). Regulyarizatsiya resheniya nelineinykh uravnenii Vol'terra I roda s usloviyami Lipshchitsa. *Tochnaya nauka,* (23), 6-11. (in Russian).

Работа поступила в редакцию 09.03.2023 г.

Принята к публикации 15.03.2023 г.

Ссылка для цитирования:

Асанов А., Чоюбеков С. М. Выбор параметров решения линейных неклассических уравнений первого рода // Бюллетень науки и практики. 2023. Т. 9. №4. С. 22-29. https://doi.org/10.33619/2414-2948/89/02

Cite as (APA):

Asanov, A., & Choybekov, S. (2023). Choice of Parameters for Solving Linear Nonclassical Equations of the First Kind. *Bulletin of Science and Practice, 9*(4), 22-29. (in Russian). https://doi.org/10.33619/2414-2948/89/02