

УДК 504.06:519.873  
AGRIS U30

<https://doi.org/10.33619/2414-2948/125/01>

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРЕДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ АВТОТРАНСПОРТА НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ

©*Кутунаев Ж. Н.*, SPIN-код: 3850-1610, канд. физ.-мат. наук, Ошский технологический университет им. М. М. Адышева, г. Ош, Кыргызстан, [zh.kutunaev@mail.ru](mailto:zh.kutunaev@mail.ru)

©*Маметов Э. Т.*, Ошский технологический университет им. М. М. Адышева, г. Ош, Кыргызстан

## MATHEMATICAL MODELING OF THE HARMFUL EFFECTS OF AUTOMOBILE TRANSPORTATION ON THE ENVIRONMENT

©*Kutunaev Zh.*, SPIN-code: 3850-1610, Ph.D., Osh Technological University named after M. Adyshev, Osh, Kyrgyzstan, [zh.kutunaev@mail.ru](mailto:zh.kutunaev@mail.ru)

©*Mametov E.*, Osh Technological University named after M. Adyshev, Osh, Kyrgyzstan

*Аннотация.* Рассматриваются подходы к математическому моделированию негативного воздействия автомобильного транспорта на окружающую среду. Основное внимание уделяется моделям выбросов загрязняющих веществ, их распространению в атмосфере, а также оценке экологических и санитарных рисков. Показано, что математическое моделирование является эффективным инструментом для анализа, прогнозирования и разработки мер по снижению вредного воздействия автотранспорта.

*Abstract.* This article examines approaches to mathematical modeling of the negative environmental impacts of motor vehicles. It focuses on models of pollutant emissions, their distribution in the atmosphere, and the assessment of environmental and sanitary risks. It demonstrates that mathematical modeling is an effective tool for analyzing, forecasting, and developing measures to reduce the harmful impacts of motor vehicles.

*Ключевые слова:* автотранспорт, загрязнение окружающей среды, математическое моделирование, экология, Гауссова модель рассеивания.

*Keywords:* automobile transportation, environmental pollution, mathematical modeling, ecology, Gaussian dispersion model.

При качественном и количественном изучении экосистем гораздо наиболее эффективны методы математического моделирования. Что же представляет собой математическая модель? Математическая модель есть приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира с помощью математической символики. Математическая модели реальных исследуемых процессов сложны и включают системы нелинейных функционально – дифференциальных уравнений. Ядро математической модели – дифференциальные уравнения в частных производных. Изучение математических моделей производится на основе методов вычислительной математики, основы которых составляют разностные методы решения задач математической физики. Современной этап прикладной математики характеризуется

исследованием математических моделей с широким использованием вычислительных средств [2].

Использование моделей всегда и неизбежно связано с упрощением, идеализацией моделируемого объекта. Сама модель не охватывает объекта во всей полноте его свойств, а отражает лишь некоторые его исследуемых характеристики. Самое важное, модель более доступна для исследования, чем моделируемые объекты [1].

Быстрый рост количества автотранспортных средств является одной из ключевых причин ухудшения экологической обстановки в крупных городах. Автомобильный транспорт является источником выбросов оксидов азота ( $NO_x$ ), оксида углерода ( $CO$ ), углеводородов, твердых частиц и углекислого газа ( $CO_2$ ). Эти загрязняющие вещества негативно влияют на здоровье населения и состояние экосистем. В связи с этим возникает необходимость в разработке и применении математических моделей, позволяющих количественно оценить уровень загрязнения, спрогнозировать его изменение и обосновать меры по снижению вредных воздействий. Автотранспорт оказывает комплексное воздействие на окружающую среду, включающее: загрязнение атмосферного воздуха выхлопными газами; загрязнение почвы и поверхностных вод продуктами износа шин и дорожного покрытия; шумовое воздействие; вклад в глобальные климатические изменения за счет выбросов  $CO_2$ . В данной работе основное внимание уделяется моделированию загрязнения атмосферного воздуха.

Математические модели выбросов автотранспорта. Количество выбросов загрязняющих веществ часто описывается с помощью балансовых моделей. Простейшая модель изменения концентрации загрязняющего вещества имеет вид:

$$\frac{dC}{dt} = S - kC \quad (1)$$

где  $C(t)$  — концентрация загрязнителя;  $E(t)$  — интенсивность выбросов автотранспорта;  $k$  — коэффициент рассеивания, осаждения и химического распада.

Физический смысл: автотранспорт постоянно добавляет загрязнение; атмосфера «очищается» за счёт рассеивания и осаждения.

Рассмотрим упрощённую модель изменения концентрации загрязняющего вещества. Решение данного уравнения (1) позволяет определить динамику концентрации загрязняющего вещества и оценить время достижения предельно допустимых концентраций. Данное уравнение (1) является линейным дифференциальным уравнением первого порядка. Разделим переменные

$$\frac{dC}{S - kC} = dt.$$

Проинтегрируем обе части:

$$\int \frac{dC}{S - kC} = \int dt,$$
$$-\frac{1}{k} \ln|S - kC| = t + C_1.$$

Возьмем экспоненту от обеих частей:

$$|S - kC| = C_2 e^{-kt}$$
$$C(t) = \frac{S}{k} - \frac{C_2}{k} e^{-kt}$$

Переобозначив постоянную, получаем  $C(t) = \frac{S}{k} + C_0 e^{-kt}$ .

Решение с начальным условием. Если задано начальное условие:  $C(0) = C'_0$ .

$$\text{То } C'_0 = \frac{S}{k} + C_0$$

$$\text{Окончательное решение имеет вид: } C(t) = \frac{S}{k} + \left(C(0) - \frac{S}{k}\right) e^{-kt}.$$

Физическая смысл решения: величина  $\frac{S}{k}$  – установившаяся (стационарная) концентрация загрязняющего вещества; экспоненциальной множитель  $e^{-kt}$  описывает процесс выхода системы на равновесие; при  $k > 0$  концентрация со временем стабилизируется. При увеличении времени концентрация  $C(t)$  стремится к устойчивому значению  $\frac{S}{k}$ , независимо от начального состояния. Пусть в (1)  $S(t) = \sin^2 t$ ,  $k = 0,5$  и  $C = 4$  тогда имеем:

$$\frac{dC}{dt} = \sin^2 t - 2 \tag{1'}$$

Решение зависит от времени

$$C(t) = -\frac{3}{2}t - \frac{1}{4}\sin 2t + C_0, \text{ если } C(0) = 0,$$

частное решение

$$C(t) = -\frac{3}{2}t - \frac{1}{4}\sin 2t \tag{2}$$

где  $C(t)$  – концентрация загрязняющего вещества;  $\sin^2 t$  – переменные выбросы (например, суточный трафик);  $-\frac{3}{2}t$  – линейное убывание;  $-\frac{1}{4}\sin 2t$  – колебания; амплитуда колебаний:  $\frac{1}{4}$ ; период колебаний:  $\pi$ . Вычислим по методу Эйлера до  $t = 0.5$ , а затем сравним с аналитическим решением, т.е. определим погрешность. Теперь по методу Эйлера находим приближенные значения дифференциального уравнения (1').

Таблица 1

	A	B	C	D	E	G
1	$i$	$t_i$	$\sin^2 t$	$C_i$	$t_n$	$C(t)$
2	0	0	0	0	-2	0
3	1	0,05	0,002497917	-0,1	-1,997502083	-0,099958354
4	2	0,1	0,009966711	-0,199875104	-1,990033289	-0,199667333
5	3	0,15	0,022331755	-0,299376769	-1,977668245	-0,298880052
6	4	0,2	0,039469503	-0,398260181	-1,960530497	-0,397354586
7	5	0,25	0,061208719	-0,496286706	-1,938791281	-0,494856385
8	6	0,3	0,087332193	-0,59322627	-1,912667807	-0,591160618
9	7	0,35	0,117578906	-0,68885966	-1,882421094	-0,686054422
10	8	0,4	0,151646645	-0,782980715	-1,848353355	-0,779339023
11	9	0,45	0,189195016	-0,875398382	-1,810804984	-0,870831727
12	10	0,5	0,229848847	-0,965938632	-1,770151153	-0,960367746

В диапазоне A1:B12 заполняем ячейки, как показано в таблице 1. В ячейках D2 записываем начальное значение  $C(0) = 0$ , а в C1 функция  $\sin^2 t_i$ . Затем выделим ячейку C1 и маркером заполнение протянем вниз до C12, в ячейках E1 значения  $t_i$ , а в G1 значения точное решение данного уравнения (1') [4].

$C(0,5) \approx -0.965938$  (по методу Эйлера). Сравнение с точным (аналитическим) решением.

$$C(t) = -\frac{3}{2}t - \frac{1}{4}\sin 2t$$

для  $t = 0.5$

$$C(0.5) = -\frac{3}{2} \cdot 0.5 - \frac{1}{4} \sin 2 \cdot 0.5 = -0,960367746.$$

$$\varepsilon = |-0,960367 + 0,870831| \approx 0,089536.$$

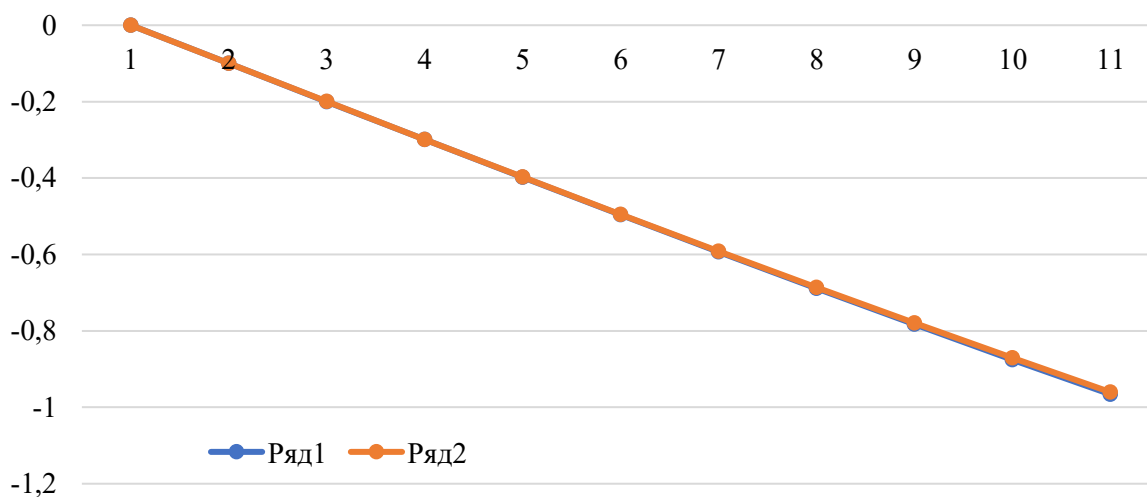


Рисунок. Математические модели выбросов автотранспорта

Математическая модель изменения концентрации загрязняющего вещества, т.е. дифференциальное уравнение (1) и значения его точного решения является очень близкими друг к другу, что видно из Таблицы 1. Поэтому на Рисунке два графика расположены очень близко друг к другу, а в Таблице 2 с использованием формулу Гаусса была построена математическая модель концентрации вредных веществ, загрязняющих атмосферной воздухе.

Концентрация загрязняющих веществ в воздухе. Используется Гауссова модель рассеивание:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_z u} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[ \exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right]$$

где:  $C$  — концентрация, мг/м<sup>3</sup>;  $Q$  — интенсивность выброса, г/с;  $u$  — скорость ветра, м/с;  $H$  — высота источника;  $\sigma_y, \sigma_z$  — коэффициенты рассеивания. Просвоив конкретные значения вышеуказанным параметрам, по модели Гаусса можно определить объем вредных выбросов от автомобилей в Excel.

Оценка экологических и санитарных рисков. Результаты математического моделирования используются для оценки риска воздействия загрязняющих веществ на здоровье населения. На основе рассчитанных концентраций определяется вероятность превышения предельно допустимых концентраций и оценивается уровень экологической опасности вблизи автомагистралей.

Применение моделей в экологическом управлении. Математические модели применяются для: экологического мониторинга; прогнозирования загрязнения воздуха; оптимизации транспортных потоков; обоснования экологических нормативов и ограничений.

Использование моделей позволяет принимать обоснованные управленческие решения и разрабатывать эффективные меры по снижению вредного воздействия автотранспорта.

Таблица 2

$Q$	$u$	$H$	$y$	$z$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	$C_1$	$C_2$	$C(x, y, z)$
0,1	3	2	0,5	1	0,2	0,5	0,053319143	4,213365302	0,224653026
0,1	3,5	2,1	0,6	1,1	0,3	0,6	0,025676035	7,513936819	0,192928106
0,2	4	2,2	0,7	1,2	0,4	0,7	0,029557606	18,26040319	0,539733804
0,3	4,5	2,3	0,8	1,3	0,5	0,8	0,028735929	64,63376129	1,857311203
0,4	5	2,4	0,9	1,4	0,6	0,9	0,02728031	348,1092233	9,496527564
0,5	5,5	2,5	1	1,5	0,7	1	0,026408538	2982,606708	78,76628336
0,6	6	2,6	1,1	1,6	0,8	1,1	0,026638459	43141,57587	1149,225083
0,7	6,5	2,7	1,2	1,7	0,9	1,2	0,028436387	1131666,423	32180,50393
0,8	7	2,8	1,3	1,8	1	1,3	0,032573196	58246819,03	1897285,051
0,9	7,5	2,9	1,4	1,9	1,1	1,4	0,040595684	6397671931	259717867,4
1	8	3	1,5	2	1,2	1,5	0,055850557	1,63882E+12	91529230754
1,1	8,5	3,1	1,6	2,1	1,3	1,6	0,086140857	1,07511E+15	9,2611E+13

$$\text{где } C_1 = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_z u} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right), \quad C_2 = \exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right).$$

Анализ источников загрязнения окружающей среды автотранспортом. Автомобильный транспорт является одним из наиболее значимых источников загрязнения окружающей среды, особенно в условиях городской застройки и высокой плотности транспортных потоков. Вредное воздействие автотранспорта обусловлено совокупностью физических, химических и механических факторов, возникающих в процессе эксплуатации транспортных средств. Основными источниками загрязнения окружающей среды автотранспортом являются процессы сгорания топлива в двигателях внутреннего сгорания, износ элементов транспортных средств и дорожного покрытия, а также эксплуатационные утечки технических жидкостей.

Загрязнение почвы и водных объектов. Загрязнение почвы и водных ресурсов связано с: утечками моторных масел, топлива и охлаждающих жидкостей; осаждением тяжелых металлов (свинец, кадмий, цинк); смывом загрязняющих веществ с дорожного покрытия атмосферными осадками. Накопление данных загрязнителей приводит к деградации почв, снижению их биологической активности и загрязнению поверхностных и подземных вод.

Шумовое загрязнение. Движение автотранспорта является основным источником шума в городах. Уровень шума формируется за счёт: работы двигателя и выхлопной системы; взаимодействия шин с дорожным покрытием; аэродинамических эффектов при высоких скоростях движения. Постоянное превышение допустимых уровней шума негативно влияет на здоровье населения, вызывая стресс, снижение работоспособности и заболевания сердечно-сосудистой системы.

Загрязнение вследствие износа транспортных средств. В процессе эксплуатации автотранспорта происходит износ: шин (образование микрочастиц резины); тормозных колодок (частицы меди и других металлов); дорожного покрытия. Образующиеся микрочастицы поступают в атмосферу и почву, усиливая антропогенную нагрузку на окружающую среду.

Тепловое и электромагнитное воздействие. Работа автомобильных двигателей сопровождается выделением тепловой энергии, что приводит к локальному повышению температуры воздуха в транспортных зонах. Дополнительно современные транспортные средства создают электромагнитные поля, влияние которых требует дальнейших исследований.

#### *Заключение*

Математическое моделирование является важным инструментом анализа и прогнозирования вредных воздействий автотранспорта на окружающую среду. Применение моделей позволяет комплексно учитывать различные факторы, влияющие на уровень загрязнения, и способствует повышению экологической безопасности городских территорий. Автотранспорт оказывает комплексное негативное воздействие на окружающую среду, являясь источником атмосферного, почвенного, водного и шумового загрязнения. Многофакторный характер загрязнений обуславливает необходимость применения математических моделей для количественной оценки их последствий и разработки эффективных природоохранных мероприятий.

#### *Список литературы:*

1. Белов В. А. Математическое моделирование экологических процессов. М.: Наука, 2020.
2. Щепетова В. А. Основы математического моделирования в экологии. Пенза: ПГУАС, 2015. 122 с.
3. Иванов И. П., Сидоров А. Н. Экология транспорта. СПб.: Питер, 2019.
4. Соболев Б. В., Месхи Б. Ч. Практикум по вычислительной математике. Ростов-н/Д: Феникс, 2008. 342 с.

#### *References:*

1. Belov, V. A. (2020). Matematicheskoe modelirovanie ekologicheskikh protsessov. Moscow. (in Russian).
2. Shchepetova, V. A. (2015). Osnovy matematicheskogo modelirovaniya v ekologii: Penza. (in Russian).
3. Ivanov, I. P., & Sidorov, A. N. (2019). Ekologiya transporta. St. Petersburg. (in Russian).
4. Sobol', B. V., & Meskhi, B. Ch. (2008). Praktikum po vychislitel'noi matematike. Rostov-on-Don. (in Russian).

*Поступила в редакцию*  
10.02.2026 г.

*Принята к публикации*  
17.02.2026 г.

---

#### *Ссылка для цитирования:*

Кутунаев Ж. Н., Маметов Э. Т. Математическое моделирование вредных воздействий автотранспорта на окружающую среду // Бюллетень науки и практики. 2026. Т. 12. №4. С. 14-19. <https://doi.org/10.33619/2414-2948/125/01>

#### *Cite as (APA):*

Kutunaev, Zh., & Mametov, E. (2026). Mathematical Modeling of the Harmful Effects of Automobile Transportation on the Environment. *Bulletin of Science and Practice*, 12(4), 14-19. (in Russian). <https://doi.org/10.33619/2414-2948/125/01>