

УДК 517.984, 621.431

https://doi.org/10.33619/2414-2948/102/03

ВЛИЯНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ УПРУГОГО РОТОРА НА НЕСИММЕТРИЧНЫХ ОПОРАХ НА ЧАСТОТЫ ЕГО СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

©Сафина Г. Ф., ORCID: 0000-0002-7326-0896, SPIN-код: 4562-2453, канд. физ.-мат. наук,
Уфимский университет науки и технологий,
г. Нефтекамск, Россия, safinagf@mail.ru

©Кириллова Е. А., Уфимский университет науки и технологий,
г. Нефтекамск, Россия, elize.none@yandex.ru

INFLUENCE OF PHYSICAL PARAMETERS OF ELASTIC ROTOR ON ASYMMETRIC SUPPORTS ON FREQUENCIES ITS FREE OSCILLATIONS

©Safina G., ORCID: 0000-0002-7326-0896, SPIN-code: 4562-2453,
Ph.D., Ufa University of Science and Technology,
Neftekamsk, Russia, safinagf@mail.ru

©Kirillova E., Ufa University of Science and Technology,
Neftekamsk, Russia, elize.none@yandex.ru

Аннотация. Рассмотрена задача поиска частот колебаний упругого ротора на несимметричных опорах. С учетом малых свободных колебаний ротора получено частотное уравнение прямой задачи. По уравнению исследовано влияние на частоты колебаний физических параметров ротора и его упругих опор. Показано, что увеличение коэффициентов жесткостей опор ведет к увеличению частот, а увеличение массы ротора, наоборот — к уменьшению частот его колебаний. Приведены численные расчеты с соответствующими результатами в виде таблиц и графиков зависимостей.

Abstract. The problem of finding frequencies of vibrations of the elastic rotor on asymmetric supports is considered. Taking into account the small free vibrations of the rotor, the frequency equation of the direct problem is obtained. According to the equation, the influence on the vibration frequencies of the physical parameters of the rotor and its elastic supports was investigated. It is shown that the increase in the stiffness coefficients of the supports leads to an increase in frequencies, and the increase in the mass of the rotor, on the contrary, to a decrease in the frequencies of its vibrations. Numerical calculations are given with the corresponding results in the form of tables and graphs of dependencies.

Ключевые слова: ротор на несимметричных опорах, частоты колебаний, частотное уравнение, графики зависимостей, физические параметры ротора.

Keywords: rotor on asymmetric supports, vibration frequencies, frequency equation, graphs of relationships, physical parameters of the rotor.

Упругие валы, роторы, стержни являются динамическими моделями (рабочими основами, составляющими) многих технических конструкций [1–5, 13–16]. Исследования влияния физических параметров на частоты их свободных колебаний играет важную роль в вибродиагностике технических (механических) систем [6, 7, 14].

Определение частот колебаний упругого ротора на опорах в зависимости от его физических характеристик подразумевает рассмотрение динамической модели ротора как системы с конечным числом степеней свободы [8–12]. В данном исследовании подобная модель рассматривается для упругого вала (груза), расположенного на несимметричных опорах с учетом гироскопических свойств механизма [5, 7].

Расчетная динамическая модель упругого ротора массой m , с коэффициентами жесткостей c_1, c_2 , несимметричных его опор (система с двумя степенями свободы) показана на Рисунке 1.

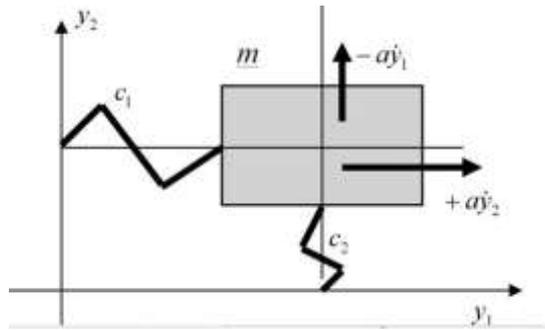


Рисунок 1. Ротор на несимметричных опорах

Если принять за обобщенные координаты прогибы ротора вдоль горизонтальной и вертикальной осей его симметрии, соответственно, функции $y_1 = y_1(x; t)$, $y_2 = y_2(y; t)$ (где t — время), то свободные колебания ротора можно описать дифференциальными уравнениями [7]:

$$\begin{cases} -m\ddot{y}_1 - c_1 y_1 + a\dot{y}_1 = 0; \\ -m\ddot{y}_2 - c_2 y_2 + a\dot{y}_2 = 0, \end{cases} \quad (1)$$

в которых коэффициент a гироскопической нагруженности ротора связывает угловую скорость его вращения с моментом инерции центра массы.

Без учета трения решения системы (1) принимаем в виде:

$$y_1(x, t) = M_1 e^{i\omega t}, \quad y_2(y, t) = M_2 e^{i\omega t}, \quad (2)$$

где ω — собственная частота, M_1, M_2 , — амплитуды колебаний ротора.

Подстановка функций (2) вместе с их производными второго порядка в систему (1) приводит к системе линейных уравнений относительно ненулевых амплитуд колебаний:

$$\begin{cases} -m\omega^2 A - c_1 A + ai\omega B = 0; \\ -m\omega^2 B - c_2 B - ai\omega A = 0. \end{cases} \quad (3)$$

В итоге после раскрытия определителя матрицы системы (3) и приравнивания его к нулю получим частотное уравнение рассматриваемой спектральной задачи:

$$m^2 \omega^4 - (m(c_1 + c_2) + a^2) \omega^2 + c_1 c_2 = 0. \quad (4)$$

Рассмотрим теперь зависимости частот колебаний упругого ротора от коэффициентов жесткостей его несимметричных опор.

Численные расчеты по уравнению (4) значений частот колебаний ротора при различных значениях жесткостей опор представлены в Таблице 1 и графиках Рисунка 2 (к проводимым расчетам использовались команды и функционал математического пакета Maple [8]).

Таблица 1

ЗАВИСИМОСТЬ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ω_k ($k=1,2$) КОЛЕБАНИЙ РОТОРА ОТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЖЕСТКОСТЕЙ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ЕГО ОПОР ПРИ $m = 1\text{кг}$

$c_1, \text{H} / \text{м}$	$c_2, \text{H} / \text{м}$	$\omega_1, \text{с}^{-1}$	$\omega_2, \text{с}^{-1}$
1	0,1	0,3095	1,0218
2	0,1	0,3120	1,4290
3	0,1	0,3141	1,7439
4	0,1	0,3146	2,0102
5	0,1	0,3149	2,2452

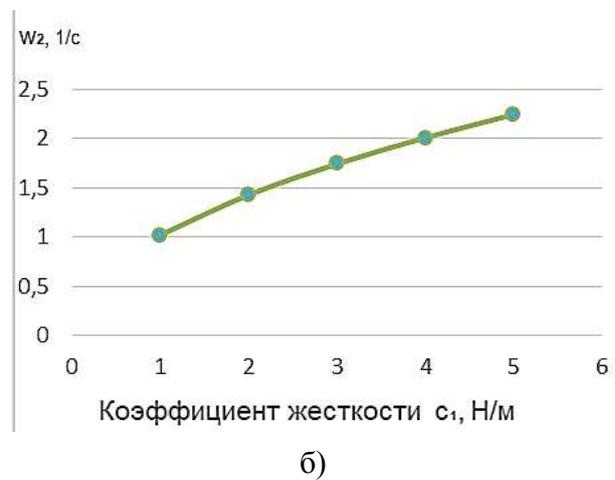
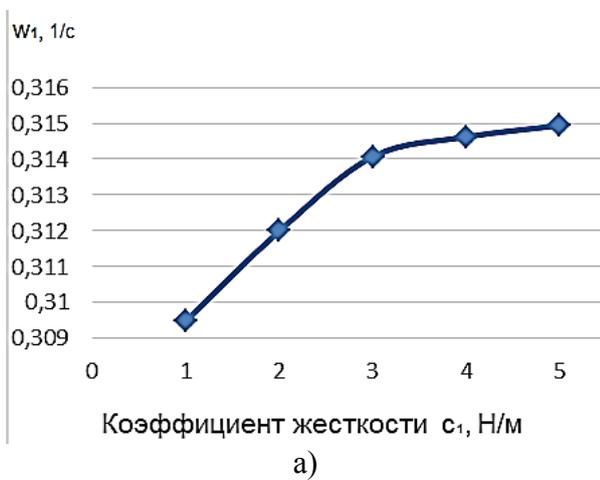


Рисунок 2. Зависимость собственных частот ω_1 (а) и ω_2 (б) колебаний ротора от коэффициента жесткости c_1 ($c_2 = const$) его опоры

По расчетам и построенным зависимостям можем отметить, что рост коэффициентов жесткостей несимметричных опор ротора ведет к росту значений частот его колебаний.

В Таблице 2 и графиках Рисунка 3 представлены зависимости значений частот колебаний ротора от его массы, в которых мы наблюдаем обратную связь: рост массы ротора ведет к уменьшению значений частот его колебаний.

Таблица 2

ЗАВИСИМОСТЬ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ω_k ($k=1,2$) КОЛЕБАНИЙ РОТОРА ОТ ЕГО МАССЫ (при жесткостях опор $c_1=1\text{H} / \text{м}$, $c_2=0,1\text{H} / \text{м}$)

$m, \text{кг}$	$\omega_1, \text{с}^{-1}$	$\omega_2, \text{с}^{-1}$
1	0,3145	1,0055
2	0,2230	0,7091
3	0,1822	0,5784
4	0,1789	0,5007
5	0,1413	0,4477

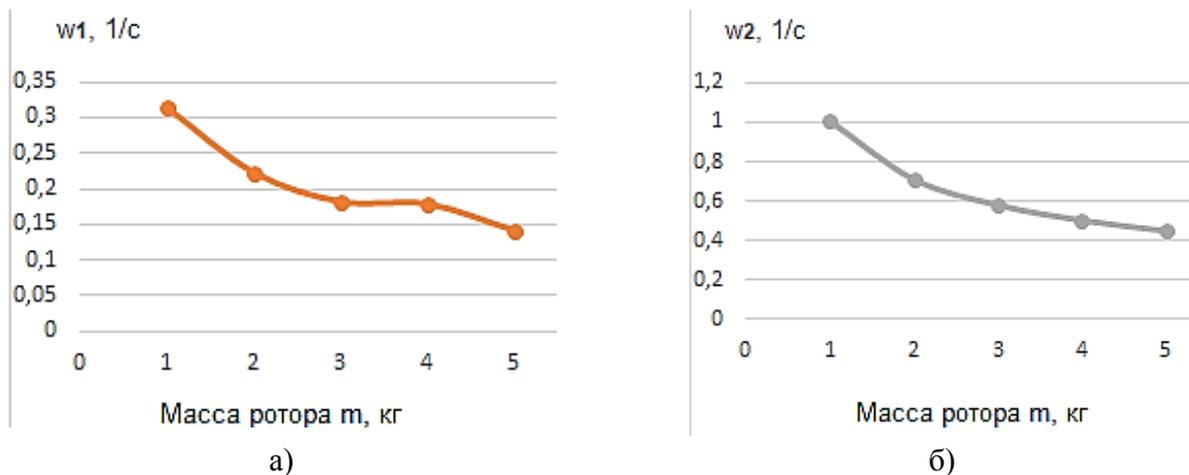


Рисунок 2. Зависимость частот ω_1 (а) и ω_2 (б) колебаний ротора от его массы ротора (при жесткостях опор $c_1 = 1H / м$, $c_2 = 0,1H / м$)

Аналогичные зависимости проведены и при других значениях параметров. Численные расчеты и при других физических параметрах рассматриваемого ротора на несимметричных опорах показывают, что увеличение жесткостей его опор (как одной, так и обеих) ведет к увеличению частот колебаний ротора, а увеличение массы ротора — к уменьшению частот. Заметим также, что установленные зависимости применяются при постановке и решении обратных задач, в частности, при задачах вибродиагностики ротора с учетом сохранения частот его свободных колебаний в прежних безопасных для функционирования и приработки механизма диапазонах.

Таким образом, в работе найдено частотное уравнение задачи свободных колебаний ротора на балочных несимметричных опорах, с помощью которого исследовано влияние на частоты колебаний физических параметров и условий закрепления механической роторной конструкции. Проведенные исследования важны при рассмотрении задачи виброзащиты подобной конструкции, связанной с изменениями его физических параметров. Проблему же сохранения безопасных частот колебаний ротора на несимметричных опорах можно будет решить постановкой обратной к рассмотренной здесь спектральной задачи.

Список литературы:

1. Ахтямов А. М. Теория идентификации краевых условий и ее приложения. М.: Физматлит, 2009. 271 с.
2. Ahmadian H., Mottershead J. E., Friswell M. I. Boundary condition identification by solving characteristic equations // Journal of Sound and Vibration. 2001. V. 247. №5. P. 755-763. <https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.3708>
3. Бабаков И. М. Теория колебаний. М.: Дрофа, 2004. 592 с.
4. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. М.: Ленанд, 2017. 416 с.
5. Вульфсон И. И. Динамика машин. Колебания. М.: Юрайт, 2017. 275 с.
6. Григорьев А. Ю., Григорьев К. А., Малявко Д. П. Колебания и виброактивность элементов машин. СПб.: Университет ИТМО, 2016. 136 с.
7. Зубарев Ю. М. Динамические процессы в технологии машиностроения. Основы конструирования машин. М.: Лань, 2021. 212 с.
8. Ильин М. М., Колесников К. С., Саратов Ю. С. Теория колебаний. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 272 с.

9. Кельзон А. С. Расчет и конструирование роторных машин. Л.: Машиностроение, 1977. 260 с.
10. Кириллова Е. А., Сафина Г. Ф. Прямая и обратная спектральные задачи по свободным колебаниям полой цилиндрической оболочки // *Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании: Материалы Международной научной конференции*. 2023. С. 15-15.
11. Кирсанов М. Н. Практика программирования в системе Maple. М.: МЭИ, 2011. 208 с.
12. Маслов Г. С. Расчеты колебаний валов. М.: Машиностроение, 1980. 151 с.
13. Liu H. J., Hsu N. S., Lee T. H. Simultaneous identification of parameter, initial condition, and boundary condition in groundwater modelling // *Hydrological Processes: An International Journal*. 2009. V. 23. №16. P. 2358-2367. <https://doi.org/10.1002/hyp.7344>
14. Сафина Г. Ф. Единственность и корректность решения задачи сохранения частот поперечных колебаний трубопровода с жидкостью на шарнирных опорах // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. 2022. Т. 49. №1. С. 6.
15. Фомин В. М., Бекшаев С. Я., Фомина И. П. Динамические модели в инженерных задачах. Одесса: ОГАСА, 2012. 194 с.
16. Яблонский А. А., Нореико С. С. Курс теории колебаний. М.: Высшая школа, 1975. 248 с.

References:

1. Akhtyamov, A. M. (2009). *Teoriya identifikatsii kraevykh uslovii i ee prilozheniya*. Moscow. (in Russian).
2. Ahmadian, H., Mottershead, J. E., & Friswell, M. I. (2001). Boundary condition identification by solving characteristic equations. *Journal of Sound and Vibration*, 247(5), 755-763. <https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.3708>
3. Babakov, I. M. (2004). *Teoriya kolebaniy*. Moscow. (in Russian).
4. Biderman, V. L. (2017). *Teoriya mekhanicheskikh kolebaniy*. Moscow. (in Russian).
5. Vul'fson, I. I. (2017). *Dinamika mashin. Kolebaniya*. Moscow. (in Russian).
6. Grigor'ev, A. Yu., Grigor'ev, K. A., & Malyavko, D. P. (2016). *Kolebaniya i vibroaktivnost' elementov mashin*. St. Petersburg. (in Russian).
7. Zubarev, Yu. M. (2021). *Dinamicheskie protsessy v tekhnologii mashinostroeniya. Osnovy konstruirovaniya mashin*. Moscow. (in Russian).
8. Il'in, M. M., Kolesnikov, K. S., & Saratov, Yu. S. (2003). *Teoriya kolebaniy*. Moscow. (in Russian).
9. Kel'zon, A. S. (1977). *Raschet i konstruirovaniye rotornykh mashin*. Leningrad. (in Russian).
10. Kirillova, E. A., & Safina, G. F. (2023). *Pryamaya i obratnaya spektral'nye zadachi po svobodnym kolebaniyam poloi tsilindricheskoi obolochki*. In *Fundamental'naya matematika i ee prilozheniya v estestvoznanii: Materialy Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii*, 15-15. (in Russian).
11. Kirsanov, M. N. (2011). *Praktika programmirovaniya v sisteme Maple*. Moscow. (in Russian).
12. Maslov, G. S. (1980). *Raschety kolebaniy valov*. Moscow. (in Russian).
13. Liu, H. J., Hsu, N. S., & Lee, T. H. (2009). Simultaneous identification of parameter, initial condition, and boundary condition in groundwater modelling. *Hydrological Processes: An International Journal*, 23(16), 2358-2367. <https://doi.org/10.1002/hyp.7344>

14. Safina, G. (2022). Edinstvennost' i korrektnost' resheniya zadachi sokhraneniya chastot poperechnykh kolebaniy truboprovoda s zhidkost'yu na sharnirnykh oporakh. *Fundamental'nye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii*, 49(1), 6. (in Russian).
15. Fomin, V. M., Bekshaev, S. Ya., & Fomina, I. P. (2012). Dinamicheskie modeli v inzhenernykh zadachakh. Odessa. (in Russian).
16. Yablonskii, A. A., & Noreiko, S. S. (1975). Kurs teorii kolebaniy. Moscow. (in Russian).

Работа поступила
в редакцию 04.04.2024 г.

Принята к публикации
16.04.2024 г.

Ссылка для цитирования:

Сафина Г. Ф., Кириллова Е. А. Влияние физических параметров упругого ротора на несимметричных опорах на частоты его свободных колебаний // Бюллетень науки и практики. 2024. Т. 10. №5. С. 29-34. <https://doi.org/10.33619/2414-2948/102/03>

Cite as (APA):

Safina, G., & Kirillova, E. (2024). Influence of Physical Parameters of Elastic Rotor on Asymmetric Supports on Frequencies Its Free Oscillations. *Bulletin of Science and Practice*, 10(5), 29-34. (in Russian). <https://doi.org/10.33619/2414-2948/102/03>