ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ / PHYSICAL & MATHEMATICAL SCIENCES

УДК 517.928 https://doi.org/10.33619/2414-2948/101/01

ПОВЕДЕНИЕ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОБОБЩЕННЫМИ НЕОДНОРОДНЫМИ ЧАСТЯМИ

*©**Акматов А. А.**, SPIN-код 8377-0954, Ошский государственный университет, г. Ош, Кыргызстан, abdilaziz_akmatov@mail.ru*
*©**Асамидинова Д. Ж.**, Ошский государственный университет, г. Ош, Кыргызстан, asamidinovadinura5@gmail.com*
*©**Худайбердиева У. А.**, Ошский государственный университет, г. Ош, Кыргызстан, Samarkandek00@gmail.com*

BEHAVIOR OF A SYSTEM OF SINGULARLY PERTURBED DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH GENERALIZED INHOMOGENEOUS PARTS

*©**Akmatov A.**, SPIN code 8377-0954, Osh State University, Osh, Kyrgyzstan, abdilaziz_akmatov@mail.ru.*
*©**Asamidinova D.**, Osh State University, Osh, Kyrgyzstan, asamidinovadinura5@gmail.com*
*©**Khudaiberdieva U.**, Osh State University, Osh, Kyrgyzstan, Samarkandek00@gmail.com*

Аннотация. В работе исследуются системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений второго порядка. Неоднородностью являются сингулярные обобщенные функции Дирака, которые имеют лишь значение в одной точке. В этом случае имеет место явления заятягивания потерии устойчивости, а оценка решений сингулярно возмущенной задачи зависит от точкой a..

Abstract. The work studies systems of singularly perturbed second-order differential equations. Heterogeneity is a singular generalized Dirac function that has only a value at one point. In this case, the phenomenon of prolonged loss of stability takes place, and the estimate of solutions to the singularly perturbed problem depends on the point a.

Ключевые слова: сингулярное возмущение, начальная точка, затягивания потери устойчивости, асимптотика, малый параметр, система.

Keywords: singular perturbation, starting point, tightening of loss of stability, asymptotic, small parameter, system.

Матрица функции имеет два комплексно-сопряженных собственных значений. Неоднородная часть будет обобщенная сингулярная функция. Исследуется влияние этой функцию к явлению потери устойчивости решений.

Цель исследования: доказать асимптотическую близость решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений и соответствующих невозмущенных уравнений, в случае смены устойчивости.

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Т. 10. №4. 2024
https://doi.org/10.33619/2414-2948/101

Материалы и методы исследования

Рассмотрим систему

$$\varepsilon x'(t,\varepsilon) = D(t)x(t,\varepsilon) + \varepsilon[\delta(t-a) + f(t,x(t,\varepsilon))], \tag{1}$$

$$x(t_0,\varepsilon) = x^0(\varepsilon), \ \|x^0(\varepsilon)\| = O(\varepsilon) \tag{2}$$

где $0 < \varepsilon$ — малый параметр, $t \in [t_0, T]$, $x(t,\varepsilon) = colon(x_1(t,\varepsilon), x_2(t,\varepsilon))$ — искомая неизвестная функция, $\delta(t-a) = colon(\delta_1(t-a), \delta_2(t-a))$, $D(t) = \begin{pmatrix} \lambda_1(t) & 0 \\ 0 & \lambda_2(t) \end{pmatrix}$, где $\lambda_1(t) = \alpha(t) + i\beta(t)$, $\lambda_2(t) = \alpha(t) - i\beta(t)$.

Для решения правой части поставленной задачи (1) требуется выполнение следующих условий:

U1. $g(t)$, $f(t,x) \in Q(\tilde{H})$ - пространство аналитических функций в области $\tilde{H}$, $f(t,0) \equiv 0$, $|f(t,\tilde{x}) - f(t,\tilde{\tilde{x}})| \le M \times |\tilde{x} - \tilde{\tilde{x}}|$, $0 < M$ — некоторая постоянная.

U2. $\lambda_k(t) = \alpha(t) \pm i\beta(t)$, $\operatorname{Re}\lambda_k(t) = \alpha(t) < 0$, $t_0 \le t < T_0$; $\operatorname{Re}\lambda_k(T_0) = \alpha(T_0) = 0$, $\beta(T_0) \ne 0$, $\operatorname{Re}\lambda(t) = \alpha(t) > 0$, $0 < t \le T$, $k = 1,2$.

Имеет место следующая теорема:

Теорема. Пусть выполнены условия U1-U2. Тогда $\forall t \in [t_0, T]$ решение задачи (1)-(2) существует, единственно и для него справедлива оценка

$$\|x(t,\varepsilon)\| \le C|x_1|, \tag{3}$$

где $C - const$.

Доказательство. Задачу (1)–(2) заменим интегральным уравнением

$$x(t,\varepsilon) = x^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} D(s)ds\right) + \int_{t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t} D(s)ds\right)\cdot[\delta(\tau-a) + f(\tau,x(\tau,\varepsilon))]d\tau \tag{4}$$

Для доказательства существования решения уравнения (4) применим метод последовательных приближений.

Последовательные приближения определим следующим образом:

$$x_0(t,\varepsilon) \equiv 0, \tag{5}$$

$$x_n(t,\varepsilon) = x^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t} D(s)ds\right) + \int_{t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t} D(s)ds\right)\cdot[\delta(\tau-a) + f(\tau,x_{n-1}(\tau,\varepsilon))]d\tau,$$

где $n \in N$.

Далее $u(t,t_0) = \operatorname{Re}\int_{t_0}^{t} D(s)ds$.

Определим область $H_0 = \{t : u(t,t_0) \le 0\}$.

Из (5) оценим последовательные приближения на замкнутой области H_0. Тогда

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

$$x_{11}(t,\varepsilon)=x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds\right)+\int_{t_0}^{t}\delta_1(\tau-a)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_1(s)ds\right)d\tau\,;$$

$$x_{21}(t,\varepsilon)=x_2^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_2(s)ds\right)+\int_{t_0}^{t}\delta_2(\tau-a)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_2(s)ds\right)d\tau\,.$$

Отсюда имеем: $x_{11}(t,\varepsilon)=x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds\right)+\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{a}^{t}\lambda_1(s)ds\right)$.

Здесь учтено что, $\int_{t_0}^{t}\delta_1(\tau-a)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_1(s)ds\right)d\tau=\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{a}^{t}\lambda_1(s)ds\right)$.

Определим модуль решений $|x_{11}(t,\varepsilon)|\le\left|x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds\right)+\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{a}^{t}\lambda_1(s)ds\right)\right|$.

Будет пятеро случаи:

1). Если $t_0<a$ то длину задержки решений определяет величина $\left|x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds\right)\right|$;

2). Если $t_0>a$ то длину задержки решений определяет величина $\left|\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{a}^{t}\lambda_1(s)ds\right)\right|$;

3). Если $t_0=a$ то длину задержки тоже определяет величина $\left|\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{a}^{t}\lambda_1(s)ds\right)\right|$;

4). Если $a\to\infty$, то функция Дирака будет $\delta_1(t-a)=0$ и длину задержки решений определяет величина $\left|x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds\right)\right|$.

5). Если $a=0$, то длину задержки определяют величина $\left|\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{0}^{t}\lambda_1(s)ds\right)\right|$.

Это означает что, в этом случае явления задержки потери устойчивости не выполняется.

Отсюда появится ограничение на постоянную a. Этот случай не будем рассматривать.

В остальном случае имеет места оценка $t\in H_0$:

$$|x_{11}(t,\varepsilon)|\le C\exp\left(\frac{u_1(t,t_0)}{\varepsilon}\right), \tag{6}$$

где $0<C-const$, $u_1(t,t_0)=\mathrm{Re}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds$.

Собственные значения комплексно-сопряженные поэтому

$$|x_{21}(t,\varepsilon)|\le C\exp\left(\frac{u_2(t,t_0)}{\varepsilon}\right), \tag{7}$$

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

где $0 < C - const$, $u_2(t,t_0) = \operatorname{Re}\int_{t_0}^{t} \lambda_2(s)ds$.

Если на оценку влияет величина $\left\| \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_a^t D(s)ds \right) \right\|$, оценка (6) и (7) верна на отрезки $t_0 + \alpha(\varepsilon) \le t \le T - \alpha(\varepsilon)$, $\alpha(\varepsilon) \to 0$, $\varepsilon \to 0$ и $\varepsilon = o(\alpha(\varepsilon))$.

Второе приближения определяется следующим образом:

$$x_{12}(t,\varepsilon) = x_{11}(t,\varepsilon) + \int_{t_0}^{t} f_1(\tau, x_{11}, x_{21}) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{\tau}^{t} \lambda_1(s)ds \right) d\tau.$$

Здесь $\max\{|x_{11}(t,\varepsilon)|, |x_{21}(t,\varepsilon)|\} = M|x_{11}(t,\varepsilon)|$. Тогда

$$\int_{t_0}^{t} x_{11}(\tau,\varepsilon) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{\tau}^{t} \lambda_1(s)ds \right) d\tau = M \int_{t_0}^{t} \left[x_1^0(\varepsilon) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^{\tau} \lambda_1(s)ds \right) + \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{a}^{\tau} \lambda_1(s)ds \right) \right] \times$$

$$\times \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{\tau}^{t} \lambda_1(s)ds \right) d\tau.$$

Отсюда

$$M \int_{t_0}^{t} x_1^0(\varepsilon) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^{\tau} \lambda_1(s)ds \right) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{\tau}^{t} \lambda_1(s)ds \right) d\tau = x_1^0(\varepsilon) M \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{t_0}^{t} \lambda_1(s)ds \right)(t - t_0),$$ а также

$$\int_{t_0}^{t} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{a}^{\tau} \lambda_1(s)ds \right) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{\tau}^{t} \lambda_1(s)ds \right) d\tau = M \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{a}^{t} \lambda_1(s)ds \right)(t - t_0).$$

Тогда $|x_{12}(t,\varepsilon)| \le C\varepsilon \exp\left(\frac{u_1(t,t_0)}{\varepsilon} \right)[1 + M(t - t_0)] + M \exp\left(\frac{u_1(t,t_0)}{\varepsilon} \right)(t - t_0)$.

Аналогично для $|x_{22}(t,\varepsilon)| \le C\varepsilon \exp\left(\frac{u_2(t,t_0)}{\varepsilon} \right)[1 + M(t - t_0)] + M \exp\left(\frac{u_2(t,t_0)}{\varepsilon} \right)(t - t_0)$.

При $n = 3$ имеем $x_{13}(t,\varepsilon) = x_{11}(t,\varepsilon) + \int_{t_0}^{t} f_1(\tau, x_{12}, x_{22}) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{\tau}^{t} \lambda_1(s)ds \right) d\tau$.

Отсюда $\max\{|x_{12}(t,\varepsilon)|, |x_{22}(t,\varepsilon)|\} = M|x_{12}(t,\varepsilon)|$.

Тогда $|x_{13}(t,\varepsilon)| \le C\varepsilon \exp\left(\frac{u_1(t,t_0)}{\varepsilon} \right)\left(1 + M(t - t_0) + \frac{M^2}{2}(t - t_0)^2 \right) + \frac{M^2}{2} \exp\left(\frac{u_1(t,t_0)}{\varepsilon} \right)(t - t_0)^2$;

Для второго собственного значения $x_{23}(t,\varepsilon) = x_{21}(t,\varepsilon) + \int_{t_0}^{t} f_2(\tau, x_{12}, x_{22}) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{\tau}^{t} \lambda_2(s)ds \right) d\tau$.

Здесь $\max\{|x_{12}(t,\varepsilon)|, |x_{22}(t,\varepsilon)|\} = M|x_{12}(t,\varepsilon)|$

$$|x_{23}(t,\varepsilon)| \le C\varepsilon \exp\left(\frac{u_2(t,t_0)}{\varepsilon} \right)\left(1 + M(t - t_0) + \frac{M^2}{2}(t - t_0)^2 \right) + \frac{M^2}{2} \exp\left(\frac{u_2(t,t_0)}{\varepsilon} \right)(t - t_0)^2,$$

Аналогично $x_{1n}(t,\varepsilon) = x_{11}(t,\varepsilon) + \int_{t_0}^{t} f_1(\tau, x_{1n-1}, x_{2n-1}) \exp\left(\frac{1}{\varepsilon} \int_{\tau}^{t} \lambda_1(s)ds \right) d\tau$.

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Т. 10. №4. 2024
https://doi.org/10.33619/2414-2948/101

Получим $\left|x_{1n}(t,\varepsilon)\right| \le C\varepsilon \exp\left(\frac{u_1(t,t_0)}{\varepsilon}\right)\left(1+M(t-t_0)+\frac{M^2}{2}(t-t_0)^2+\ldots+\frac{M^{n-1}}{(n-1)!}(t-t_0)^{n-1}\right)+$

$+\frac{M^{n-1}}{(n-1)!}\exp\left(\frac{u_1(t,t_0)}{\varepsilon}\right)(t-t_0)^{n-1}$.

Или $\left|x_{1n}(t,\varepsilon)\right| \le C\varepsilon \exp\left(\frac{u_1(t,t_0)}{\varepsilon}\right)\exp\left(M(t-t_0)\right)+\frac{M^{n-1}}{(n-1)!}\exp\left(\frac{u_1(t,a)}{\varepsilon}\right)(t-t_0)^{n-1}$.

Для второго собственного значения

$$x_{2n}(t,\varepsilon)=x_{21}(t,\varepsilon)+\int_{t_0}^{t} f_{2n-1}(\tau,x_{1n-1},x_{2n-1})\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_2(s)ds\right)d\tau .$$

Получим $\left|x_{2n}(t,\varepsilon)\right| \le C\varepsilon \exp\left(\frac{u_2(t,t_0)}{\varepsilon}\right)\left(1+M(t-t_0)+\frac{M^2}{2}(t-t_0)^2+\ldots+\frac{M^{n-1}}{(n-1)!}(t-t_0)^{n-1}\right)+$

$+\frac{M^{n-1}}{(n-1)!}\exp\left(\frac{u_2(t,t_0)}{\varepsilon}\right)(t-t_0)^{n-1}$.

Или $\left|x_{2n}(t,\varepsilon)\right| \le C\varepsilon \exp\left(\frac{u_2(t,t_0)}{\varepsilon}\right)\exp\left(M(t-t_0)\right)+\frac{M^{n-1}}{(n-1)!}\exp\left(\frac{u_2(t,a)}{\varepsilon}\right)(t-t_0)^{n-1}$.

Докажем справедливости оценки для $n+1$. Тогда из (4) имеем

$$x_{1n+1}(t,\varepsilon)=x_1^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(s)ds\right)+\int_{t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_1(s)ds\right)\cdot\left[\delta_1(\tau-a)+f_1(\tau,x_{1n},x_{2n})\right]d\tau ,$$

$\vee$

$$\left|x_{1n+1}(t,\varepsilon)\right| \le C\varepsilon \exp\left(\frac{u(t,t_0)}{\varepsilon}\right)\exp\left(M(t-t_0)\right)+\frac{M^n}{n!}\exp\left(\frac{u(t,a)}{\varepsilon}\right)(t-t_0)^n .$$

Для $x_{2n+1}(t,\varepsilon)=x_2^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}\lambda_2(s)ds\right)+\int_{t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda_2(s)ds\right)\cdot\left[\delta_2(\tau-a)+f_2(\tau,x_{1n},x_{2n})\right]d\tau$,

$\vee$

$$\left|x_{2n+1}(t,\varepsilon)\right| \le C\varepsilon \exp\left(\frac{u_2(t,t_0)}{\varepsilon}\right)\exp\left(M(t-t_0)\right)+\frac{M^n}{n!}\exp\left(\frac{u_2(t,a)}{\varepsilon}\right)(t-t_0)^n .$$

Последовательные приближения равномерно ограничены:

$\forall n\in N: \left\|x_n(t,\varepsilon)\right\| \le C\left|x_1\right|$.

Докажем сходимости $\{x_n(t,\varepsilon)\}$:

$$x_n(t,\varepsilon)=x_1(t,\varepsilon)+\left(x_2(t,\varepsilon)-x_1(t,\varepsilon)\right)+\left(x_3(t,\varepsilon)-x_2(t,\varepsilon)\right)+\ldots+\left(x_n(t,\varepsilon)-x_{n-1}(t,\varepsilon)\right).$$

$$(4)\Rightarrow\ x_n(t,\varepsilon)-x_{n-1}(t,\varepsilon)=\int_{t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}\lambda(s)ds\right)\left[f(\tau,x_{n-1}(\tau,\varepsilon))-f(\tau,x_{n-2}(\tau,\varepsilon))\right]d\tau .$$

Тогда

$$\left\|x_1(t,\varepsilon)-x_0(t,\varepsilon)\right\| \le C\left|x_1\right|, \qquad (8)$$

$$\left\|x_2(t,\varepsilon)-x_1(t,\varepsilon)\right\| \le C^2\left|x_1\right|,$$

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

…, …, …,

$$\left\|x_n(t,\varepsilon)-x_{n-1}(t,\varepsilon)\right\|\le C^n|x_1|.$$

$$\left\|x_1(t,\varepsilon)+\left(x_2(t,\varepsilon)-x_1(t,\varepsilon)\right)+\ldots+\left(x_n(t,\varepsilon)-x_{n-1}(t,\varepsilon)\right)\right\|\le\left\|x_1(t,\varepsilon)\right\|+$$
$$+\left\|x_2(t,\varepsilon)-x_1(t,\varepsilon)\right\|+\ldots+\left\|x_n(t,\varepsilon)-x_{n-1}(t,\varepsilon)\right\|\le|x_1|\left(1+C+C^2+\ldots+C^{n-1}\right).$$

Правая часть равенство (8): $\left\|x_n(t,\varepsilon)\right\|\le\dfrac{|x_1|\left(1-C^{n+1}\right)}{1-C}$,

при $n\to\infty$ имеем $\left\|x(t,\varepsilon)\right\|\le\dfrac{|x_1|}{1-C}\le C|x_1|$.

Методом от противного докажем единственности решения. Пусть существует другое решения задачи (4):

$$y(t,\varepsilon):y(t,\varepsilon)=x^0(\varepsilon)\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_0}^{t}D(s)ds\right)+\int_{t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}D(s)ds\right)\cdot\left[\delta(\tau-a)+f(\tau,y(\tau,\varepsilon))\right]d\tau\quad.$$

$$x_n(t,\varepsilon)-y(t,\varepsilon)=\int_{t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}D(s)ds\right)\left[f(\tau,x_{n-1}(\tau,\varepsilon)-f(\tau,y(\tau,\varepsilon)\right]d\tau\,,$$

здесь $x_n(t,\varepsilon)=x_1(t,\varepsilon)+\displaystyle\int_{t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\tau}^{t}D(s)ds\right)f(\tau,x_{n-1}(\tau,\varepsilon))d\tau$.

Тогда

$$\left\|x_1(t,\varepsilon)-y(t,\varepsilon)\right\|\le\int_{t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\operatorname{Re}\int_{\tau}^{t}D(s)ds\right)\cdot\left\|x_0(\tau,\varepsilon)-y(\tau,\varepsilon))\right\|d\tau\le C|x_1|,\tag{9}$$

$$\left\|x_2(t,\varepsilon)-y(t,\varepsilon)\right\|\le\int_{t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\operatorname{Re}\int_{\tau}^{t}D(s)ds\right)\cdot\left\|x_1(\tau,\varepsilon)-y(\tau,\varepsilon)\right\|d\tau\le C^2|x_1|,$$

$$\left\|x_n(t,\varepsilon)-y(t,\varepsilon)\right\|\le\int_{t_0}^{t}\exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\operatorname{Re}\int_{\tau}^{t}D(s)ds\right)\cdot\left\|x_{n-1}(\tau,\varepsilon)-y(t,\varepsilon)\right\|d\tau\le C^n|x_1|.$$

Здесь выполняется $\forall n\in N$ (9). Тогда в области H_0:

$\lim\limits_{n\to\infty}C^n|x_1|=0$.

Из равенства (9) при n→∞⇒ $\left\|x(t,\varepsilon)-y(t,\varepsilon)\right\|\le 0$. Отсюда $x(t,\varepsilon)=y(t,\varepsilon)$. Теорема доказана.

Пример. $\lambda_1(t)=t+i$, $\lambda_2(t)=t-i$, $\delta(t-a)$, $a>0$. Тогда условия U2 выполняется и для решения задачи (1)–(2) верно оценка (3).

Результаты и обсуждение

Если неоднородность это сингулярные обобщенные функции, то имеет место явление затягивания потери устойчивости. Функции Дирака не являются функциями в обычном смысле. Поэтому в выше полученных оценках, оценка решений задачи (1)-(2) зависит точкой . Оценка решений получается в действительной области.

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)

Выводы

Если неоднородность будет функциями в обычном смысле, такие случаи исследованы в работах [1-3]. В противном случае оценка решений зависит от точки сингулярной обобщенной функции Дирака.

Список литературы:

1. Акматов А. А. Асимптотическое поведение решений сингулярно возмущенных задач в случае неоднократной смены устойчивости // Вестник Ошского государственного университета. 2008. Т. 5. С. 79-82.

2. Акматов А. А. Асимптотическое представление интегралов Френеля в комплексной плоскости // Вестник Ошского государственного университета. 2021. Т. 3. №1. С. 19.

3. Акматов А. А. Исследование решений сингулярно возмущенной задачи // Вестник Ошского государственного университета. 2021. Т. 3. №1. С. 26-33.

References:

1. Akmatov, A. A. (2008). Asimptoticheskoe povedenie reshenii singulyarno vozmushchennykh zadach v sluchae neodnokratnoi smeny ustoichivosti. *Vestnik Oshskogo gosudarstvennogo universiteta, 5*, 79-82. (in Russian).

2. Akmatov, A. A. (2021). Asimptoticheskoe predstavlenie integralov Frenelya v kompleksnoi ploskosti. *Vestnik Oshskogo gosudarstvennogo universiteta, 3*(1), 19. (in Russian).

3. Akmatov, A. A. (2021). Issledovanie reshenii singulyarno vozmushchennoi zadachi. *Vestnik Oshskogo gosudarstvennogo universiteta, 3*(1), 26-33. (in Russian).

Работа поступила в редакцию 19.03.2024 г.

Принята к публикации 26.03.2024 г.

Ссылка для цитирования:

Акматов А. А., Асамидинова Д. Ж., Худайбердиева У. А. Поведение решений системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с обобщенными неоднородными частями // Бюллетень науки и практики. 2024. Т. 10. №4. С. 14-20. https://doi.org/10.33619/2414-2948/101/01

Cite as (APA):

Akmatov, A., Asamidinova, D., & Khudaiberdieva, U. (2024). Behavior of a System of Singularly Perturbed Differential Equations with Generalized Inhomogeneous Parts. *Bulletin of Science and Practice, 10*(4), 14-20. (in Russian). https://doi.org/10.33619/2414-2948/101/01

Тип лицензии CC: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)