

УДК 378.4:004.421

https://doi.org/10.33619/2414-2948/73/46

СОЗДАНИЕ ПРОГРАММЫ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ ПОЛУЧЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

©*Кадыркулова Н. К., Ошский технологический университет им. акад. М.М. Адышева, г. Ош, Кыргызстан, kadyrkulova74@mail.ru*

©*Жулев В. А., Ошский технологический университет им. акад. М.М. Адышева, г. Ош, Кыргызстан, julev@mail.ru*

CREATION OF A PROGRAM FOR FINDING AN APPROXIMATING FUNCTION OF THE OBTAINED EXPERIMENTAL RESULTS BY THE METHOD OF LEAST SQUARES

©*Kadyrkulova N., Osh Technological University named by M.M. Adyshev, Osh, Kyrgyzstan, kadyrkulova74@mail.ru*

©*Zhulev V., Osh Technological University named by M.M. Adyshev, Osh, Kyrgyzstan, julev@mail.ru*

Аннотация. При решении инженерных и экономических задач часто возникает необходимость в получении математических зависимостей между различными параметрами, характерными для данной задачи. Как правило, все физические эксперименты сводятся к измерению зависимости некоторой величины u от одной или нескольких других величин z_1, z_2, \dots, z_n . Основной задачей использования метода наименьших квадратов как метода аппроксимации с точки зрения приближенного восстановления функции по известным ее значениям в ряде точек является подбор эмпирических формул, которые позволяют аналитически представить полученные данные экспериментальных измерений. В данной статье рассмотрены задачи получения данных и аппроксимация функции методом наименьших квадратов с использованием ООП.

Abstract. When solving engineering and economic problems, it is often necessary to obtain mathematical relationships between various parameters characteristic of a given problem. As a rule, all physical experiments are reduced to measuring the dependence of a certain quantity u on one or several other quantities z_1, z_2, \dots, z_n . The main task of using the least squares method as an approximation method from the point of view of approximate recovery of a function from its known values at a number of points is the selection of empirical formulas that allow an analytical presentation of the obtained experimental measurement data. This article discusses the problems of obtaining data and approximating a function by the least squares method using OOP.

Ключевые слова: метод наименьших квадратов, функциональная зависимость, аппроксимация, погрешность.

Keywords: method of ordinary least squares, functional dependence, approximation error.

При решении технико-экономических задач часто бывает необходимо определить математические зависимости между различными параметрами, характерными для данной задачи [1–3].

Исходной информацией, определяющей эти зависимости, является физический эксперимент или экономические показатели. В обоих случаях мы располагаем либо табличные данные, либо точки на графике. Предположим, что есть зависимость P_i , полученная с дискретными значениями Z_i . Значения P_i получены из эксперимента с некоторыми погрешностями. Необходимо найти зависимость $P=f(Z)$ (Рисунок 1).

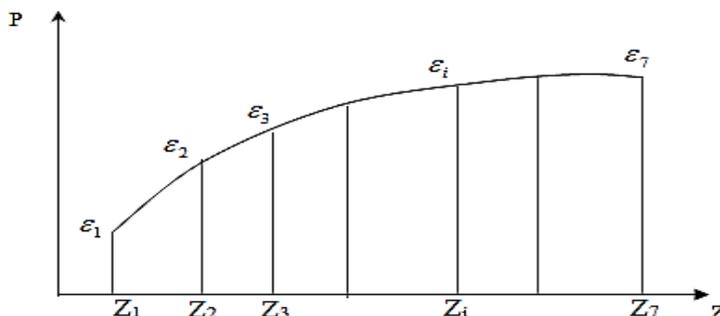


Рисунок 1. График зависимость P_i , полученная при дискретных значениях Z_i

Поскольку, что $P=f(Z)$ имеет явно выраженную нелинейную зависимость, мы запишем уравнение кривой второго порядка.

$$P = X_0 + X_1Z + X_2Z^2 \quad (1)$$

В этом уравнении X_0, X_1, X_2 , неизвестные пока коэффициенты. Чтобы найти эти коэффициенты, запишем зависимость вида (1.1) для всех доступных значений P_i .

$$\begin{aligned} P_1 &= X_0 + X_1Z_1 + X_2Z_1^2 \\ P_2 &= X_0 + X_1Z_2 + X_2Z_2^2 \\ &\dots\dots\dots \\ P_i &= X_0 + X_1Z_i + X_2Z_i^2 \\ P_7 &= X_0 + X_1Z_7 + X_2Z_7^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Получена система из 7 уравнений с 3 неизвестными. Необходимо таким методом найти, X_0, X_1, X_2 чтобы зависимость (1) наилучшим образом описывала результаты, представленные на графике.

Для нахождения трех неизвестных, чтобы решить систему из 7 уравнений. Если мы отбросим какие-либо 4 лишних уравнений, мы найдем значения неизвестных, не считая эти уравнения отброшенными. С другой стороны, система (2) может быть несовместной, то есть при решая ее, мы не можем получить тождества и, подставляя найденные значения неизвестных в системные уравнения, получаем разность между левой и правой частями.

Обозначим эти разницы в соответствии с номерами уравнений через $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \varepsilon_i, \dots, \varepsilon_7$ и будем называть их невязками. Невязка — это разница между аналитической зависимостью и значениями P_i , указанными в качестве исходной информации в дискретных точках Z_i .

Для того чтобы аналитическая зависимость результатов эксперимента наиболее полно отражала, будем минимизировать величину:

$$S = \sum_{i=1}^7 \varepsilon_i^2 \quad (3)$$

Невязки взяты в квадрат для того, чтобы любая невязка получалась с положительным знаком, при увеличении соотношений малых и больших невязок. Минимизация S будет выражать наилучшее приближение аналитической зависимости в экспериментальных точках (при заданной степени полинома). Общая формулировка задачи:

необходимо решить систему n -линейных уравнений с m неизвестными.

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1j}x_j + \dots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2j}x_j + \dots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ij}x_j + \dots + a_{im}x_m &= b_i \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nj}x_j + \dots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned} \quad (4)$$

Запишем i -тое уравнение в более компактном виде:

$$\sum_{j=1}^m a_{ij}x_j = b_i \quad (5)$$

Тогда

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m a_{ij}x_j - b_i \right)^2 \quad (6)$$

Для минимизации S возьмем частные производные каждой переменной x_j из этого значения и равняем его 0.

$$\frac{\partial S}{\partial x_j} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m a_{ij}x_j - b_i \right) a_{ij}, \quad (7)$$

$\frac{\partial S}{\partial x_j} = 0$, отсюда:

$$\sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m a_{ij}x_j - b_i \right) a_{ij} = 0, \quad (8)$$

Таких уравнений будет много, так как неизвестные x_j и получим систему n -линейных алгебраических уравнений с n неизвестными, которые можно решить методом исключения с выделением главного элемента.

Обзор программного обеспечения

Реализация метода наименьших квадратов в среде Delphi 10. После запуска программы появляется окно, показанное на Рисунке 2.



Рисунок 2. Главное окно программы

При нажатии кнопки «Открыть» появится диалоговое окно открытия файла с исходными данными (Рисунок 3).

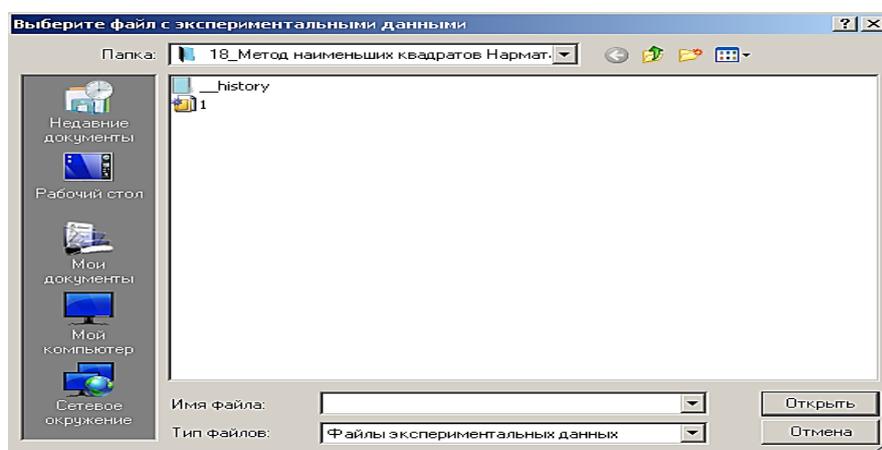


Рисунок 3. Выбор файла с экспериментальными данными

При выборе файла появляется форма (Рисунок 4).

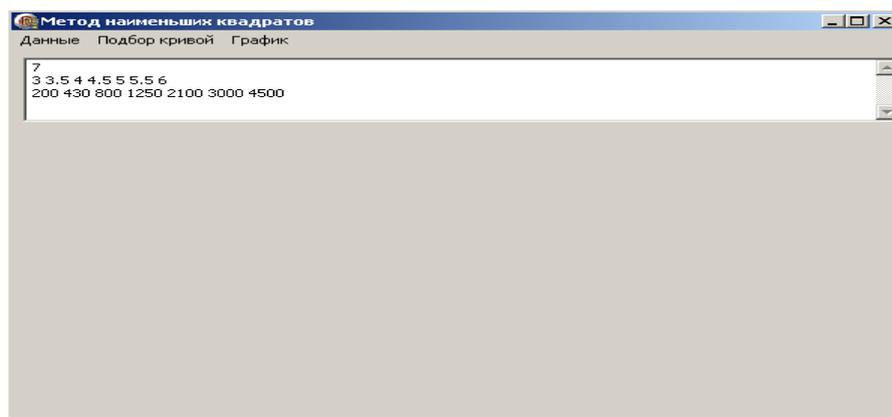


Рисунок 4. Показ исходные данные

Здесь в верхнем окне содержатся исходные данные, т. е. количество точек измерений и сами значения в выбранных точках. Нажимаем на кнопку «Подбор кривой» и «Расчет», (Рисунок 5).

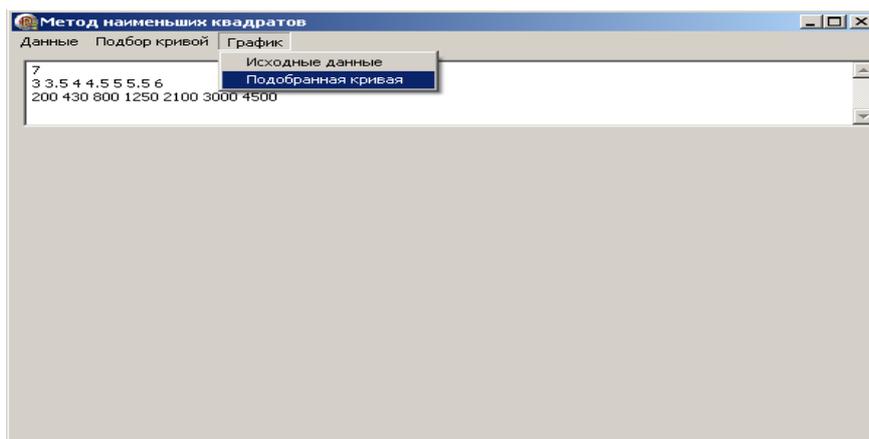


Рисунок 5. Расчет графика

Теперь после нажатия на кнопку «График» и «Подобранная кривая» получаем графики экспериментальных данных и подобранной кривой (Рисунок 6).

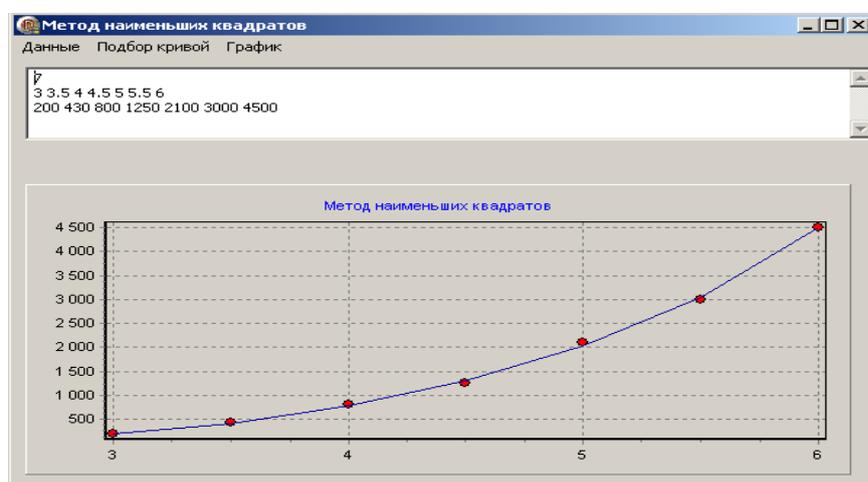


Рисунок 6. Графики экспериментальных данных и подобранной кривой

Как видим, график экспериментальных данных и подобранной кривой практически совпадают.

Заключение

Рассмотрены одним из сложнейших разделов математики — обработка экспериментальных данных. В статье реализованы методики обучения методом наименьших квадратов, сопутствующий ему и возникающий при реализации метода наименьших квадратов и методы решения системы линейных алгебраических уравнений.

Список литературы:

1. Иванова Г. С. Объектно-ориентированное программирование. М., 2003. 367 с.
2. Мансуров К. Т. Основы программирования в среде Lazarus, М., 2010. С. 36-38.
3. Фаронов В. В. Delphi. Программирование на языке высокого уровня. СПб.: Питер, 2003. 640 с.

References:

1. Ivanova, G. S. (2003). Ob'ektno-orientirovannoe programmirovaniye. Moscow. (in Russian).
2. Mansurov, K. T. (2010). Osnovy programmirovaniya v srede Lazarus. Moscow. 36-38. (in Russian).
3. Faronov, V. V. (2003). Delphi. Programmirovaniye na yazyke vysokogo urovnya. St. Petersburg. (in Russian).

*Работа поступила
в редакцию 25.11.2021 г.*

*Принята к публикации
27.11.2021 г.*

Ссылка для цитирования:

Кадыркулова Н. К., Жулев В. А. Создание программы для нахождения аппроксимирующей функции полученных экспериментальных результатов методом наименьших квадратов // Бюллетень науки и практики. 2021. Т. 7. №12. С. 367-372. <https://doi.org/10.33619/2414-2948/73/46>

Cite as (APA):

Kadyrkulova, N., & Zhulev, V. (2021). Creation of a Program for Finding an Approximating Function of the Obtained Experimental Results by the Method of Least Squares. *Bulletin of Science and Practice*, 7(12), 367-372. (in Russian). <https://doi.org/10.33619/2414-2948/73/46>