

УДК 622.654.12

<https://doi.org/10.33619/2414-2948/75/26>

**ПРОСТЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ ПОТОКИ НЕСЖИМАЕМОЙ  
НЕНЬЮТОНОВСКОЙ НЕФТИ В ОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ  
ПО ОБЩЕМУ НЕЛИНЕЙНОМУ ЗАКОНУ**

©*Алиева М. Г., Азербайджанский государственный университет  
нефти и промышленности, г. Баку, Азербайджан*

**SIMPLE STATIONARY FILTER FLOWS OF AN INTEGRABLE  
NON-NEWTONIAN OIL IN A HOMOGENEOUS LAYER UNDER  
THE GENERAL NONLINEAR LAW**

©*Alieva M., Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, Azerbaijan*

*Аннотация.* Решены три стационарные гидродинамические теоретические задачи, в которых фильтрации подчиняются только общему нелинейному закону. В задачах происходят простые потоки: плоскопараллельный, плоскорадиальный и полусферическирадиальный. Все выведенные формулы: дебита нефти, скорости фильтрации, градиента давления и др. нужно использовать для решения различных практических задач разработки указанных залежей, а также при составлении проекта разработки подобных залежей. Анализируя эти расчетные формулы, можно выявить специфические особенности разработки залежей, разработать и внедрять мероприятия по устранению нежелательных явлений.

*Abstract.* Three stationary hydrodynamic theoretical problems are solved in which the filtrations obey only the general nonlinear law. Simple flows occur in tasks: plane-parallel, plane-radial and hemispherical-radial. All derived formulas for oil flow rate, filtration rate, pressure gradient, etc. must be used to solve various practical problems of developing these deposits and even when drawing up a project for developing such deposits. By analyzing these calculation formulas, it is possible to identify specific features of the development of deposits, to develop and implement measures to eliminate undesirable phenomena.

*Ключевые слова:* потоки фильтрации, неньютоновская нефть, нелинейный закон, несжимаемая нефть, скорость фильтрации, продолжительность продвижения, дифференциальное уравнение.

*Keywords:* filtration flows, non-Newtonian oil, nonlinear law, incompressible oil, filtration rate, advance duration, differential equation.

Рассмотрены варианты решения трех стационарных гидродинамических задач, в которых процессы фильтрации подчиняются только общему нелинейному закону [1–5]. В первой задаче фильтрация нефти происходит с плоскопараллельным простым потоком.

На Рисунке 1, показана схема системы «прямолинейная галерея — полосообразная залежь», в котором представлены следующие условные обозначения:  $P_{п}$  — пластовое давление;  $P_{г}$  — забойное давление галереи; динамическое забойное давление галереи;  $P$  —

текущее давление;  $x$  — пространственная координата (абсцисса);  $L_k$  — длина залежи;  $h$  — мощность (толщина) продуктивного.

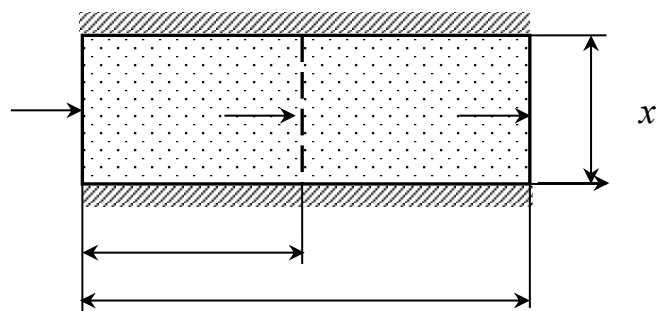


Рисунок 1. Схема системы, «прямолинейная галерея — полосообразная залежь»

Нелинейный закон фильтрации общий нелинейный, в дифференциальной форме выражается, в виде:

$$v = -C \left( \frac{dP}{dx} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (1)$$

где  $C$  — коэффициент фильтрации (подвижности);  $\frac{1}{n}$  — показатель степени.

Площадь поверхности фильтрации, будет:

$$F = B \cdot h, \quad (2)$$

где  $B$  — ширина полосообразной залежи.

Используя значения  $v$  и  $F$  в формулах (1) и (2), получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$Q = v \cdot F = -BhC \left( \frac{dP}{dx} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (3)$$

где  $Q$  — дебит нефти галереи.

Разделяя на переменные уравнение (3) и интегрируя его в пределах по  $P$  от  $P_k$  до  $P_c$  и  $x$  от нуля до  $L_k$ , получаем следующую формулу для дебита галереи:

$$Q = \frac{BhC}{L_k^{\frac{1}{n}}} (P_k - P_c)^{\frac{1}{n}} \quad (4)$$

Скорость фильтрации неньютоновской нефти, будет:

$$v = \frac{C}{L_k^{\frac{1}{n}}} (P_k - P_c)^{\frac{1}{n}} \quad (5)$$

Как видно из формулы (5), текущая скорость фильтрации не изменяется в зависимости от пространственной координаты, т. е. от абсциссы  $x$ , а остается постоянной.

А теперь интегрируем уравнение (3) в других пределах, т.е. по  $P$  от  $P_k$  до  $P$  и по  $x$  от  $L_k$  до  $x$ :

$$\left(-\frac{Q}{BhC}\right)^n \int_{L_k}^x dx = \int_P^{P_k} dP \quad (6)$$

$$\left(-\frac{Q}{BhC}\right)^n (x - L_k) = P_k - P.$$

Подставляя значение  $Q$  из формулы (4) в формуле (6) получаем следующее выражение для закона распределения текущего давления в данной полосообразной залежи:

$$P = P_k - \frac{L_k - x}{L_k^{\frac{1}{n}}} (P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}. \quad (7)$$

Дифференцируя  $P$  по  $x$  в формуле (7), получаем следующее выражение для текущего градиента давления в данной залежи:

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{1}{L_k^{\frac{1}{n}}} (P_k - P_c)^{\frac{1}{n}} \quad (8)$$

Для определения значения частичной продолжительности продвижения нефти, используем. Эту известную аналитическую связь:

$$\omega = \frac{v}{m} = \frac{dx}{dt} \quad (9)$$

Где  $\omega$  — средняя истинная скорость движения нефти в поровых каналах пласта,  $m$  — коэффициент пористости пласта,  $t$  — время. Подставляя значение  $v$  из формулы (5) в формуле (9), получаем:

$$\frac{C}{mL_k^{\frac{1}{n}}} (P_k - P_c)^{\frac{1}{n}} = \frac{dx}{dt} \quad (10)$$

Отсюда имеем:

$$dt = \frac{mL_k^{\frac{1}{n}}}{C(P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}} dx \quad (11)$$

Интегрируя уравнение (11) в пределах по  $t$  от нуля до  $t$  и по  $x$  от  $x$  до  $L_k$ , получаем:

$$t = \frac{mL_k^{\frac{1}{n}}}{C(P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}} (L_k - x) \quad (12)$$

По формуле (12) вычисляется значение частичной продолжительности продвижения несжимаемой неньютоновской нефти в однородной полосообразной залежи от текущего положения  $x$  до галереи. При  $x=0$ ;  $t=T$  имеем:

$$T = \frac{mL_k^{\frac{1+n}{n}}}{C(P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}} \quad (13)$$

По формуле (13) определяется значение полной продолжительности продвижения нефти в однородной полосообразной залежи неньютоновской нефти от контура питания до галереи.

Во второй задаче фильтрация несжимаемой неньютоновской нефти происходит с плоскорадиальным простым потоком.

На Рисунке 2 показана схема системы «скважина — круговая залежь», в котором представлены следующие условные обозначения:  $P_k$  — пластовое давление,  $P_c$  — динамическое забойное давление скважины,  $R$  — текущее давление,  $R_k$  — радиус контура питания,  $r_c$  — радиус скважины,  $r$  — текущий радиус вектор,  $h$  — мощность (толщина) продуктивного пласта.

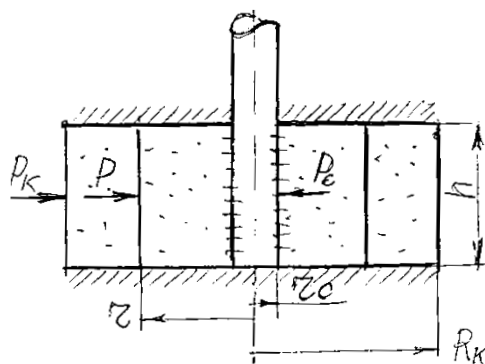


Рисунок 2. Схема системы «скважина — круговая залежь»

Процесс фильтрации происходит по Общему нелинейному закону, в виде:

$$v = C \left( \frac{dP}{dr} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (13)$$

Площадь текущей цилиндрической поверхности фильтрации, будет:

$$F = 2\pi r h \quad (14)$$

Используя значения  $v$  и  $F$  из формул (13) и (14), составляем следующее дифференциальное уравнение:

$$Q = v \cdot F = 2\pi h c r \left( \frac{dP}{dr} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (15)$$

Разделяя на переменные уравнение (15) и интегрируя его в пределах по  $P$  от  $P_k$  до  $P_c$  и по  $r$  от  $R_k$  до  $r_c$ , выводим формулу для дебита скважины, в виде:

$$Q = 2\pi h C \frac{(P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}}{(R_k^{1-n} - r_c^{1-n})(1-n)} \quad (16)$$

Текущая скорость фильтрации неньютоновской нефти, будет:

$$v = C \frac{(P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}}{(1-n)(R_k^{1-n} - r_c^{1-n})^{\frac{1}{n}}} \cdot \frac{1}{r} \quad (17)$$

А теперь интегрируем дифференциальное уравнение (15) в других пределах по  $P$  от  $P_k$  до  $P$  и по  $r$  от  $R_k$  до  $r$ :

$$\left(\frac{Q}{2\pi h C}\right)^n \int_r^{R_k} \frac{dr}{r^n} = \int_P^{P_k} dP$$

и имеем:

$$\frac{1}{1-n} \left(\frac{Q}{2\pi h C}\right)^n (R_k^{1-n} - r^{1-n}) = P_k - P \quad (18)$$

Подставляя значение  $Q$  из формулы (16), получаем следующий закон распределение текущего давления  $P$  в дренажной зоне круговой однородной залежи:

$$P = P_k - \frac{(1-n)(P_k - P_c)}{(R_k^{1-n} - r_c^{1-n})^{\frac{1}{n}}} \cdot (R_k^{1-n} - r^{1-n})^{\frac{1}{n}} \quad (19)$$

Дифференцируя  $P$  по  $r$  в формуле (19), получаем следующее выражение для текущего градиента давления:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{(1-n)(P_k - P_c)}{(R_k^{1-n} - r_c^{1-n})^{\frac{1}{n}}} \cdot \frac{1}{r^n} \quad (20)$$

А теперь определим частичную продолжительность продвижения этой нефти от текущего положения  $r$  до скважины:

$$\frac{C}{m} = \frac{(P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}}{(1-n)(R_k^{1-n} - r_c^{1-n})^{\frac{1}{n}}} \cdot \frac{1}{r^n} = -\frac{dr}{dt} \quad (21)$$

Разделяя на переменные дифференциальное уравнение (21) и решая его в пределах по  $t$  от нуля до  $t$  и по  $r$  от  $r$  до  $r_c$ , частичная продолжительность продвижения нефти, получается, в виде:

$$t = \frac{m(1-n)(R_k^{1-n} - r_c^{1-n})^{\frac{1}{n}}}{C(P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}} \cdot (r^2 - r_c^2) \quad (22)$$

При  $r=R_k$ :  $t=T$  и имеем:

$$T = \frac{m(1-n)(R_k^{1-n} - r_c^{1-n})^{\frac{1}{n}}}{C(P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}} \cdot (R_k^2 - r_c^2) \quad (23)$$

По формуле (23) определяется полная продолжительность продвижения нефти от контура питания до скважины.

В третьей задаче фильтрация нефти происходит с полусферическирадиальным простым потоком в пласте с большой мощностью.

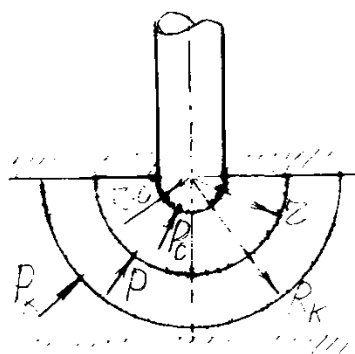


Рисунок 3. Схема системы «полусферическая залежь — скважина»

На Рисунке 3 представлена схема системы «скважина — полусферическирадиальная залежь», в котором представлены следующие условные обозначения:  $P_k$  — пластовое давление,  $P_c$  — динамическое забойное давление скважины,  $P$  — текущее давление,  $R_k$  — радиус контура питания,  $r_c$  — радиус скважины,  $r$  — текущий радиус-вектор.

Нелинейный закон фильтрации для полусферического простого потока тоже выражается по формуле (13). Площадь текущей полусферической поверхности фильтрации, будет:

$$F = 2\pi r^2 \quad (24)$$

Используя значения  $v$  и  $F$  из формул (13) и (24), получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$Q = v \cdot F = 2\pi r^2 \cdot C \left( \frac{dP}{dr} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (25)$$

Разделяя на переменные уравнение (25) и интегрируя в пределах по  $P$  от  $P_k$  до  $P_c$  и по  $r$  от  $R_k$  до  $r_c$ , выводим формулы дебита нефти скважины, в виде:

$$Q = 2\pi \cdot C (2n + 1)^{\frac{1}{n}} \frac{(P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}}{(R_k^{2n+1} - r_c^{2n+1})^{\frac{1}{n}}} \quad (26)$$

С учетом формул (24) и (26), получаем следующую формулу для текущей скорости фильтрации нефти в этой залежи:

$$v = C \frac{(2n + 1)^{\frac{1}{n}} (P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}}{(R_k^{2n+1} - r_c^{2n+1})^{\frac{1}{n}}} \cdot \frac{1}{r^2} \quad (27)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (25) в других пределах по  $r$  от  $R_k$  до  $r$  и по  $P$  от  $P_k$  до  $P$ :

$$\left( \frac{Q}{2\pi C} \right)^n \int_r^{R_k} \frac{dr}{r^{2n}} = \int_p^{P_k} dp \quad (28)$$

получаем:

$$\frac{Q}{2\pi C (2n + 1)^{\frac{1}{n}}} (R_k^{2n+1} - r^{2n+1})^{\frac{1}{n}} = (P_k - P)^{\frac{1}{n}} \quad (29)$$

Подставляя значение  $Q$  из формулы (26) в формуле (29), получаем следующий закон распределения текущего давления в дренажной зоне залежи:

$$P = P_k - \frac{P_k - P_c}{R_k^{2n+1} - r_c^{2n+1}} (R_k^{2n+1} - r^{2n+1}) \quad (30)$$

Дифференцируя  $P$  по  $r$  в формуле (30), получаем формулу текущего градиента давления:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{(P_k - P_c)(2n+1)}{R_k^{2n+1} - r_c^{2n+1}} \cdot r^{2n} \quad (31)$$

Частичная продолжительность продвижения нефти в пласте от текущего положения  $r$  до скважины найдена, в виде:

$$t = \frac{m(R_k^{2n+1} - r_c^{2n+1})^{\frac{1}{n}}}{3C(2n+1)^{\frac{1}{n}}(P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}} \cdot (R_k^3 - r^3) \quad (32)$$

При  $r = 0$ :  $t = T$  и имеем:

$$T = \frac{m(R_k^{2n+1} - r_c^{2n+1})^{\frac{1}{n}}}{3C(2n+1)^{\frac{1}{n}}(P_k - P_c)^{\frac{1}{n}}} \cdot R_k^3 \quad (33)$$

По формуле (33) определяется полная продолжительность продвинется нефти в дренажной зоне полусферическирадиальной залежи от контура питания до скважины.

#### *Выводы и рекомендации*

Решены три стационарной гидростатической задачи, в которых процессы фильтрации подчиняются только Общему нелинейному закону. В задачах происходят простые потоки фильтрации: плоскопараллельная, плоскорадиальная и полусферическирадиальная.

Выведены во всех задачах все основные расчетные формулы характеризующие процессы фильтрации: дебиты, скорости фильтрации, градиента давления и т. д. Эти формулы нужно использовать при решении различных практических задач разработки залежей неньютоновской нефти, а также при составлении проекта разработки нового разведанного месторождения. Анализируя выведенные формулы можно выявить специфические особенности разработки подобных залежей, разработать и внедрять необходимые мероприятия по предупреждению и устранению нежелательных явлений.

#### *Список литературы:*

1. Novruzova S. H., Mustafayev S. D. Sıxılmayan qeyri-ntuton neftin bircins məsaməli mühitdə düzxətli kəhrizə yastı-parallel sadə süzülmə axını // EKO ENERJİ elmi jurnal. 2019. №2. S. 36-38.
2. Mustafayev S. D., İsmayılov Q. S., Sadiqova N. S. Qeyri-bircins məsaməli mühitdə qeyri-nyuton mayenin yastı-radial stasionar süzülmə axını // Azərbaycan Elmi Beynəlxalq nəzəri jurnal. 2012. №8-9. S. 91-96.

3. Мустафаев С. Д., Асадов А. Ш., Мустафаев Н. С., Садыгова Н. С. Несмешивающееся вытеснение одной несжимаемой неньютоновской жидкости другой в однородной пористой среде // *Azərbaycan Elmi Beynəlxalq nəzəri jurnal*. 2010. №7-8. S. 42-45.

4. Mustafayev S. D., Şıxıyev M. N., Kazımov F. K., Hüseynova R. K., Mustafayev N. S. Sıxılmayan qeyri-nyuton mayelərin bircins məsaməli mühitdə yastı-radial süzülmə axınları // *Azərbaycan Elmi Beynəlxalq nəzəri jurnal*. 2009. №11. S. 35-37.

5. Пыхачев Г. Б., Исаев Р. Г. Подземная гидравлика. М.: Недра, 1973. 359 с.

*References:*

1. Novruzova, S. Kh., & Mustafaev, S. D. (2019). Sykhylmayan qeyri-nyuton neftin bircins mesameli mühitde düzkhetli kehrize yasty-parallel sade süzülme akhıny. *EKO ENERJI elmi jurnal*, (2), 36-38.

2. Mustafaev, S. D., Ismailov, G. S., & Sadygov, N. S. (2012). Qeyri-bircins mesameli mühitde qeyri-nyuton mayenin yasty-radial stasionar süzülme akhıny. *Azərbaycan Elmi Beynəlxalq nəzəri jurnal*, (8-9), 91-96.

3. Mustafaev, S. D., Asadov, A. Sh., Mustafaev, N. S., & Sadygova, N. S. (2010). Neperemeshannoe vytesnenie odnoi neszhimaemoi nen'yutonovskoi zhidkosti v drugoi odnorodnoi srede. *Azərbaycan Elmi Beynəlxalq nəzəri jurnal*, (7-8), 42-45. (in Russian).

4. Mustafaev, S. D., Shikhiyev, M. N., Kazimov, F. K., Guseinova, R. K., & Mustafaev, N. S. (2009). Sykhylmayan qeyri-nyuton mayelerin bircins mesameli mühitde yasty-radial süzülme akhınlary. *Azərbaycan Elmi Beynəlxalq nəzəri jurnal*, (11), 35-37.

5. Pykhachev, G. B., & Isaev, R. G. (1973). Podzemnaya gidravlika. Moscow. (in Russian).

*Работа поступила  
в редакцию 15.01.2022 г.*

*Принята к публикации  
20.01.2022 г.*

*Ссылка для цитирования:*

Алиева М. Г. Простые стационарные фильтрационные потоки несжимаемой неньютоновской нефти в однородном пласте по общему нелинейному закону // *Бюллетень науки и практики*. 2022. Т. 8. №2. С. 190-197. <https://doi.org/10.33619/2414-2948/75/26>

*Cite as (APA):*

Alieva, M. (2022). Simple Stationary Filter Flows of Anintegrable Non-Newtonian Oil in a Homogeneous Layer Under the General Nonlinear Law. *Bulletin of Science and Practice*, 8(2), 190-197. (in Russian). <https://doi.org/10.33619/2414-2948/75/26>